

Grundlagen des relationalen Modells

- Das relationale Modell
- Verfeinerung des relationalen Schemas
- Relationale Algebra
- Relationenkalkül



Kapitel 3

1

| Telefonbuch | | |
|--------------|-------------|-----------------|
| Name | Straße | <u>Telefon#</u> |
| Mickey Mouse | Main Street | 4711 |
| Mini Mouse | Broadway | 94725 |
| Donald Duck | Broadway | 95672 |
| ... | ... | ... |

- **Ausprägung:** der aktuelle Zustand der Datenbasis
- **Schlüssel:** minimale Menge von Attributen, deren Werte ein Tupel eindeutig identifizieren
- **Primärschlüssel:** wird unterstrichen
 - Einer der Schlüsselkandidaten wird als Primärschlüssel ausgewählt
 - Hat eine besondere Bedeutung bei der Referenzierung von Tupeln

3

Grundlagen des relationalen Modells

Seien D_1, D_2, \dots, D_n Domänen (Wertebereiche, Mengen)

- Eine *Relation* ist eine Teilmenge $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$
Bsp.: *Telefonbuch* \subseteq *string* \times *string* \times *integer*
- Ein *Tupel* ist jedes Element $t \in R$ von R
Bsp.: $t = (\text{„Mickey Mouse“}, \text{„Main Street“}, 4711)$
- *Schema:* legt die Struktur der gespeicherten Daten fest
Bsp.:
Telefonbuch: $\{[Name: string, Adresse: string, Telefon#: integer]\}$

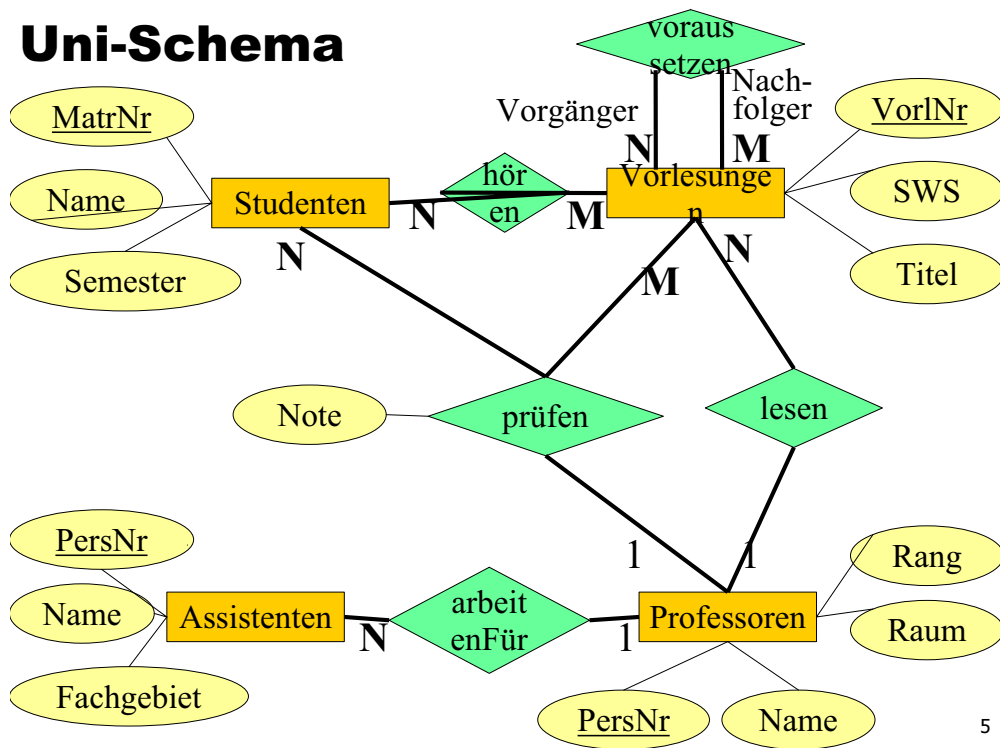
2

| Telefonbuch | | |
|--------------|-------------|-----------------|
| Name | Straße | <u>Telefon#</u> |
| Mickey Mouse | Main Street | 4711 |
| Mini Mouse | Broadway | 94725 |
| Donald Duck | Broadway | 95672 |
| ... | ... | ... |

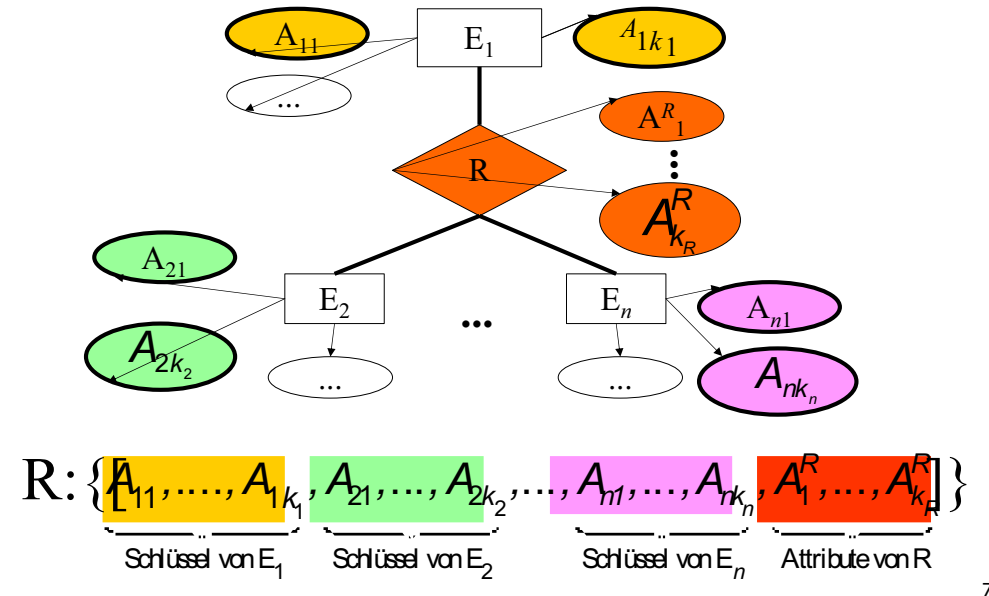
- Die Festlegung eines (Primär-)Schlüssels ist eine Designentscheidung.
- Bei einer gegebenen Datenbank wird dann bei einer Konsistenzprüfung überprüft, ob sie dieser Einschränkung gehorcht.

4

Uni-Schema



Relationale Darstellung von Beziehungen

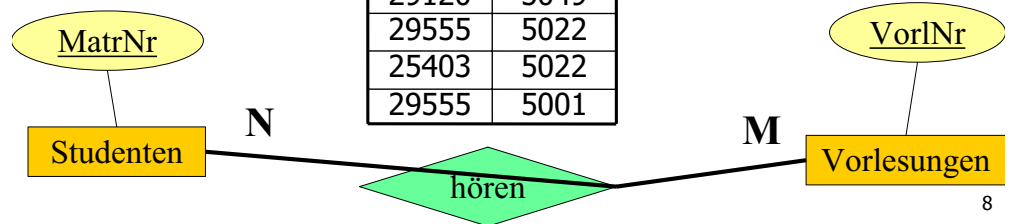


Relationale Darstellung von Entitytypen

- Studenten:** {[MatrNr:integer, Name: string, Semester: integer]}
- Vorlesungen:** {[VorlNr:integer, Titel: string, SWS: integer]}
- Professoren:** {[PersNr:integer, Name: string, Rang: string, Raum: integer]}
- Assistenten:** {[PersNr:integer, Name: string, Fachgebiet: string]}

Ausprägung der Beziehung hören

| Studenten | | hören | | Vorlesungen | |
|-----------|-----|--------|--------|-------------|-----|
| MatrNr | ... | MatrNr | VorlNr | VorlNr | ... |
| 26120 | ... | 26120 | 5001 | 5001 | ... |
| 27550 | ... | 27550 | 5001 | 4052 | ... |
| 27550 | ... | 27550 | 4052 | 5041 | ... |
| ... | ... | 28106 | 5041 | ... | ... |
| | | 28106 | 5052 | | |
| | | 28106 | 5216 | | |
| | | 28106 | 5259 | | |
| | | 29120 | 5001 | | |
| | | 29120 | 5041 | | |
| | | 29120 | 5049 | | |
| | | 29555 | 5022 | | |
| | | 25403 | 5022 | | |
| | | 29555 | 5001 | | |



Beziehungen unseres Beispiel-Schemas

hören : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer]}

lesen : {[PersNr: integer, VorlNr: integer]}

arbeitenFür : {[AssistentenPersNr: integer, ProfPersNr: integer]}

voraussetzen : {[Vorgänger: integer, Nachfolger: integer]}

prüfen : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer, PersNr: integer,
Note: decimal]}

9

Schlüssel der Relationen

hören : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer]}

lesen : {[PersNr: integer, VorlNr: integer]}

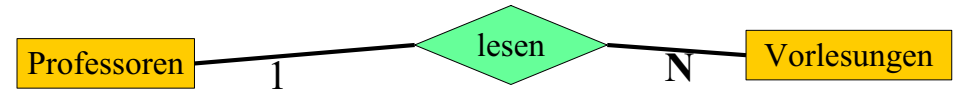
arbeitenFür : {[AssistentenPersNr: integer, ProfPersNr: integer]}

voraussetzen : {[Vorgänger: integer, Nachfolger: integer]}

prüfen : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer, PersNr: integer,
Note: decimal]}

10

Verfeinerung des relationalen Schemas



1:N-Beziehung

- Initial-Entwurf

Vorlesungen : {[VorlNr, Titel, SWS]}

Professoren : {[PersNr, Name, Rang, Raum]}

lesen: {[VorlNr, PersNr]}

11

Verfeinerung des relationalen Schemas

1:N-Beziehung

- Initial-Entwurf

Vorlesungen : {[VorlNr, Titel, SWS]}

Professoren : {[PersNr, Name, Rang, Raum]}

lesen: {[VorlNr, PersNr]}

- Verfeinerung durch Zusammenfassung

Vorlesungen : {[VorlNr, Titel, SWS, **gelesenVon**]}

Professoren : {[PersNr, Name, Rang, Raum]}

Regel

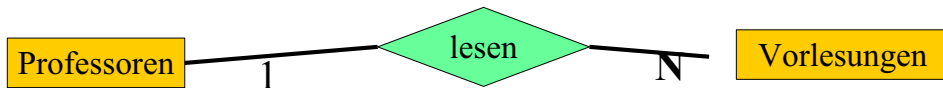
Relationen mit gleichem Schlüssel kann man zusammenfassen
aber nur diese und keine anderen!

12

Ausprägung von *Professoren* und *Vorlesung*

| Professoren | | | |
|-------------|------------|------|------|
| PersNr | Name | Rang | Raum |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 |
| 2126 | Russel | C4 | 232 |
| 2127 | Kopernikus | C3 | 310 |
| 2133 | Popper | C3 | 52 |
| 2134 | Augustinus | C3 | 309 |
| 2136 | Curie | C4 | 36 |
| 2137 | Kant | C4 | 7 |

| Vorlesungen | | | |
|-------------|----------------------|-----|-------------|
| VorlNr | Titel | SWS | Gelesen Von |
| 5001 | Grundzüge | 4 | 2137 |
| 5041 | Ethik | 4 | 2125 |
| 5043 | Erkenntnistheorie | 3 | 2126 |
| 5049 | Mäeutik | 2 | 2125 |
| 4052 | Logik | 4 | 2125 |
| 5052 | Wissenschaftstheorie | 3 | 2126 |
| 5216 | Bioethik | 2 | 2126 |
| 5259 | Der Wiener Kreis | 2 | 2133 |
| 5022 | Glaube und Wissen | 2 | 2134 |
| 4630 | Die 3 Kritiken | 4 | 2137 |



13

Vorsicht: So geht es **NICHT**: Folgen → Anomalien

| Professoren | | | | |
|-------------|------------|------|------|-------|
| PersNr | Name | Rang | Raum | liest |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | 5041 |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | 5049 |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | 4052 |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| 2134 | Augustinus | C3 | 309 | 5022 |
| 2136 | Curie | C4 | 36 | ?? |

| Vorlesungen | | |
|-------------|----------------------|-----|
| VorlNr | Titel | SWS |
| 5001 | Grundzüge | 4 |
| 5041 | Ethik | 4 |
| 5043 | Erkenntnistheorie | 3 |
| 5049 | Mäeutik | 2 |
| 4052 | Logik | 4 |
| 5052 | Wissenschaftstheorie | 3 |
| 5216 | Bioethik | 2 |
| 5259 | Der Wiener Kreis | 2 |
| 5022 | Glaube und Wissen | 2 |
| 4630 | Die 3 Kritiken | 4 |

- Update-Anomalie: Was passiert wenn Sokrates umzieht?
- Löschanomalie: Was passiert wenn „Glaube und Wissen“ wegfällt?
- Einfügeanomalie: Curie ist neu und liest noch keine Vorlesungen? (→ Funktionale Abhängigkeiten)₁₅

Vorsicht: So geht es **NICHT**

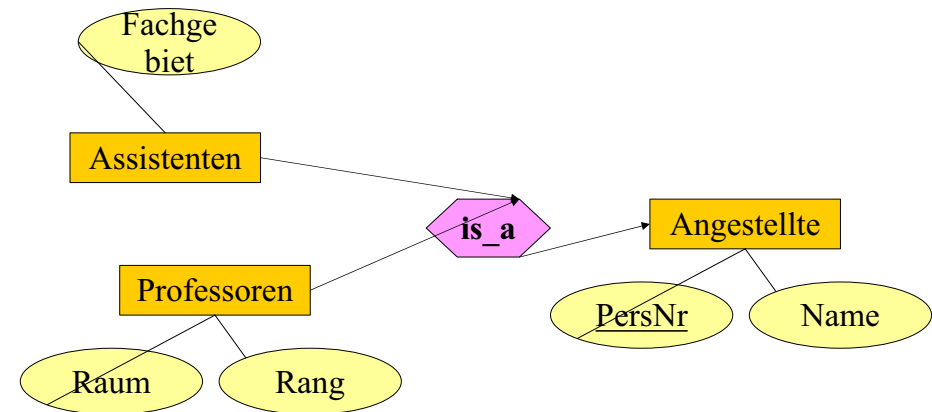
| Professoren | | | | |
|-------------|------------|------|------|-------|
| PersNr | Name | Rang | Raum | liest |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | 5041 |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | 5049 |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | 4052 |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| 2134 | Augustinus | C3 | 309 | 5022 |
| 2136 | Curie | C4 | 36 | ?? |

| Vorlesungen | | |
|-------------|----------------------|-----|
| VorlNr | Titel | SWS |
| 5001 | Grundzüge | 4 |
| 5041 | Ethik | 4 |
| 5043 | Erkenntnistheorie | 3 |
| 5049 | Mäeutik | 2 |
| 4052 | Logik | 4 |
| 5052 | Wissenschaftstheorie | 3 |
| 5216 | Bioethik | 2 |
| 5259 | Der Wiener Kreis | 2 |
| 5022 | Glaube und Wissen | 2 |
| 4630 | Die 3 Kritiken | 4 |



14

Relationale Modellierung der Generalisierung



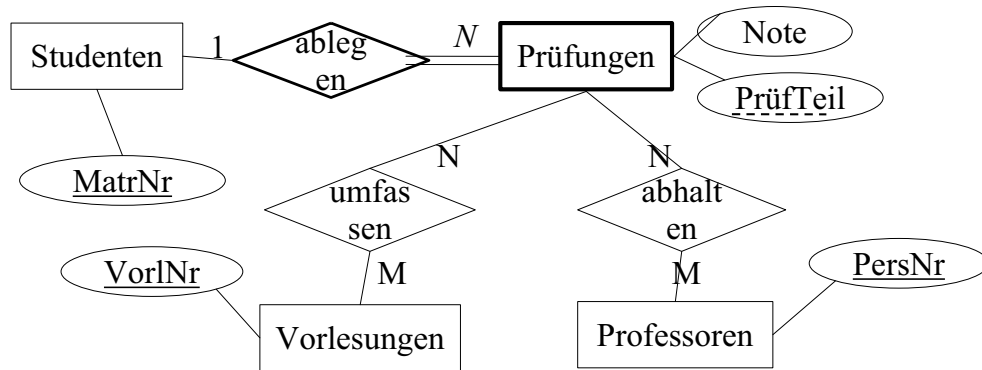
Angestellte: {[PersNr, Name]}

Professoren: {[PersNr, Rang, Raum]}

Assistenten: {[PersNr, Fachgebiet]}

16

Relationale Modellierung schwacher Entitytypen



Prüfungen: {[MatrNr: integer, PrüfTeil: string, Note: integer]}

umfassen: {[MatrNr: integer, PrüfTeil: string, VorlNr: integer]}

abhalten: {[MatrNr: integer, PrüfTeil: string, PersNr: integer]}

Man beachte, dass in diesem Fall der (global eindeutige) Schlüssel der Relation *Prüfung* nämlich *MatrNr* und *PrüfTeil* als Fremdschlüssel in die Relationen *umfassen* und *abhalten* übernommen werden muss.

Die relationale Uni-DB

| Professoren | | | |
|-------------|------------|------|------|
| PersNr | Name | Rang | Raum |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 |
| 2126 | Russel | C4 | 232 |
| 2127 | Kopernikus | C3 | 310 |
| 2133 | Popper | C3 | 52 |
| 2134 | Augustinus | C3 | 309 |
| 2136 | Curie | C4 | 36 |
| 2137 | Kant | C4 | 7 |

| Studenten | | |
|-----------|--------------|----------|
| MatrNr | Name | Semester |
| 24002 | Xenokrates | 18 |
| 25403 | Jonas | 12 |
| 26120 | Fichte | 10 |
| 26830 | Aristoxenos | 8 |
| 27550 | Schopenhauer | 6 |
| 28106 | Carnap | 3 |
| 29120 | Theophrastos | 2 |
| 29555 | Feuerbach | 2 |

| Vorlesungen | | | |
|-------------|----------------------|-----|-------------|
| VorlNr | Titel | SWS | gelesen von |
| 5001 | Grundzüge | 4 | 2137 |
| 5041 | Ethik | 4 | 2125 |
| 5043 | Erkenntnistheorie | 3 | 2126 |
| 5049 | Mäeutik | 2 | 2125 |
| 4052 | Logik | 4 | 2125 |
| 5052 | Wissenschaftstheorie | 3 | 2126 |
| 5216 | Bioethik | 2 | 2126 |
| 5259 | Der Wiener Kreis | 2 | 2133 |
| 5022 | Glaube und Wissen | 2 | 2134 |
| 4630 | Die 3 Kritiken | 4 | 2137 |

| voraussetzen | |
|--------------|------------|
| Vorgänger | Nachfolger |
| 5001 | 5041 |
| 5001 | 5043 |
| 5001 | 5049 |
| 5041 | 5216 |
| 5043 | 5052 |
| 5041 | 5052 |
| 5052 | 5259 |

| hören | |
|--------|--------|
| MatrNr | VorlNr |
| 26120 | 5001 |
| 27550 | 5001 |
| 27550 | 4052 |
| 28106 | 5041 |
| 28106 | 5052 |
| 28106 | 5216 |
| 28106 | 5259 |
| 29120 | 5001 |
| 29120 | 5041 |
| 29120 | 5049 |
| 29555 | 5022 |
| 25403 | 5022 |

| prüfen | | | |
|--------|--------|--------|------|
| MatrNr | VorlNr | PersNr | Note |
| 28106 | 5001 | 2126 | 1 |
| 25403 | 5041 | 2125 | 2 |
| 27550 | 4630 | 2137 | 2 |

| Assistenten | | | |
|-------------|--------------|--------------------|------|
| PerslNr | Name | Fachgebiet | Boss |
| 3002 | Platon | Ideenlehre | 2125 |
| 3003 | Aristoteles | Syllogistik | 2125 |
| 3004 | Wittgenstein | Sprachtheorie | 2126 |
| 3005 | Rhetikus | Planetenbewegung | 2127 |
| 3006 | Newton | Keplersche Gesetze | 2127 |
| 3007 | Spinoza | Gott und Natur | 2126 |

Die relationale Algebra

- σ Selektion
- π Projektion
- \times Kreuzprodukt
- \bowtie Join (Verbund)
- ρ Umbenennung
- $-$ Mengendifferenz
- \div Division
- \cup Vereinigung
- \cap Mengendurchschnitt
- \ltimes Semi-Join (linker)
- \rtimes Semi-Join (rechter)
- \ltimes linker äußerer Join
- \rtimes rechter äußerer Join

Die relationalen Algebra-Operatoren

Selektion

$\sigma_{\text{Semester} > 10}(\text{Studenten})$

| $\sigma_{\text{Semester} > 10}(\text{Studenten})$ | | |
|---|------------|----------|
| MatrNr | Name | Semester |
| 24002 | Xenokrates | 18 |
| 25403 | Jonas | 12 |

In der Selektion $\sigma_F(R)$ ist das Selektionsprädikat F eine Formel, die aufgebaut ist aus

- Attributnamen von R und Konstanten
- =, <, >, ≤, ≥, ≠
- den logischen Operatoren ∧, ∨, ¬

Das Ergebnis von $\sigma_F(R)$ besteht aus allen Tupeln $t \in R$, die F erfüllen, wenn jedes Auftreten eines Attributes A durch den Wert t.A ersetzt wird.

21

Die relationalen Algebra-Operatoren

Projektion

$\Pi_{\text{Rang}}(\text{Professoren})$

| $\Pi_{\text{Rang}}(\text{Professoren})$ |
|---|
| Rang |
| C4 |
| C3 |

- Die Projektion wählt (eine oder mehrere) Spalten der Relation aus.
- Duplikate im Ergebnis werden nur einmal gelistet (aufgrund der Mengensemantik des Relationenkalküls)

22

Die relationalen Algebra-Operatoren

Vereinigung

| Studenten | | |
|-----------|------------|----------|
| MatrNr | Name | Semester |
| 24002 | Xenokrates | 18 |
| 25403 | Jonas | 12 |
| 26120 | Fichte | 10 |

∪

| Studenten | | |
|-----------|--------------|----------|
| MatrNr | Name | Semester |
| 26830 | Aristoxenos | 8 |
| 27550 | Schopenhauer | 6 |
| 28106 | Carnap | 3 |
| 29120 | Theophrastos | 2 |
| 29555 | Feuerbach | 2 |

=

| Studenten | | |
|-----------|--------------|----------|
| MatrNr | Name | Semester |
| 24002 | Xenokrates | 18 |
| 25403 | Jonas | 12 |
| 26120 | Fichte | 10 |
| 26830 | Aristoxenos | 8 |
| 27550 | Schopenhauer | 6 |
| 28106 | Carnap | 3 |
| 29120 | Theophrastos | 2 |
| 29555 | Feuerbach | 2 |

- Relationen mit gleichem Schema können vereinigt werden.

23

Die relationalen Algebra-Operatoren

Differenz

| Studenten | | |
|-----------|--------------|----------|
| MatrNr | Name | Semester |
| 24002 | Xenokrates | 18 |
| 25403 | Jonas | 12 |
| 26120 | Fichte | 10 |
| 26830 | Aristoxenos | 8 |
| 27550 | Schopenhauer | 6 |
| 28106 | Carnap | 3 |
| 29120 | Theophrastos | 2 |
| 29555 | Feuerbach | 2 |

-

| Studenten | | |
|-----------|--------------|----------|
| MatrNr | Name | Semester |
| 26830 | Aristoxenos | 8 |
| 27550 | Schopenhauer | 6 |
| 28106 | Carnap | 3 |
| 29120 | Theophrastos | 2 |
| 29555 | Feuerbach | 2 |
| 12345 | Waalkes | 22 |

=

| Studenten | | |
|-----------|------------|----------|
| MatrNr | Name | Semester |
| 24002 | Xenokrates | 18 |
| 25403 | Jonas | 12 |
| 26120 | Fichte | 10 |

- Von Relationen mit gleichem Schema kann die Mengendifferenz gebildet werden.

24

Die relationalen Algebra-Operatoren

Kartesisches Produkt Professoren x hören

| Professoren | | | | hören | |
|-------------|----------|------|------|--------|--------|
| PersNr | Name | Rang | Raum | MatrNr | VorlNr |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | 26120 | 5001 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | 29555 | 5001 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 2137 | Kant | C4 | 7 | 29555 | 5001 |

- Das Schema enthält alle Attribute beider Relationen.
- Die Relation enthält alle n×m möglichen Kombinationen der jeweiligen Tupel der beiden Relationen.

25

Die relationalen Algebra-Operatoren

Umbenennung

- Umbenennung von Relationen
- Beispiel: Ermittlung indirekter Vorgänger 2. Stufe der Vorlesung 5216

$$\Pi_{V1, \text{Vorgänger}}(\sigma_{V2, \text{Nachfolger}=5216 \wedge V1, \text{Nachfolger} = V2, \text{Vorgänger}}(\rho_{V1}(\text{voraussetzen}) \times \rho_{V2}(\text{voraussetzen})))$$

- Umbenennung von Attributen

$$\rho_{\text{Voraussetzung}} \leftarrow \text{Vorgänger}(\text{voraussetzen})$$

27

Die relationalen Algebra-Operatoren

Kartesisches Produkt Professoren x hören

| Professoren | | | | hören | |
|-------------|----------|------|------|--------|--------|
| PersNr | Name | Rang | Raum | MatrNr | VorlNr |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | 26120 | 5001 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | 29555 | 5001 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 2137 | Kant | C4 | 7 | 29555 | 5001 |

- Problem: riesige Zwischenergebnisse
- Beispiel: (Professoren x hören)
- "bessere" Operation: Join (siehe unten)

26

Formale Definition der Algebra

- Basisausdrücke
- Relation der Datenbank oder
- konstante Relationen

Operationen

- Selektion: $\sigma_p(E_1)$
- Projektion: $\Pi_S(E_1)$
- Kartesisches Produkt: $E_1 \times E_2$
- Umbenennung: $\rho_V(E_1), \rho_{A \leftarrow B}(E_1)$
- Vereinigung: $E_1 \cup E_2$
- Differenz: $E_1 - E_2$

Weitere Operationen können aus diesen zusammengesetzt werden →

28

Der natürliche Verbund (Join)

Gegeben seien:

- $R(A_1, \dots, A_m, B_1, \dots, B_k)$
- $S(B_1, \dots, B_k, C_1, \dots, C_n)$

$$R \bowtie S = \Pi_{A_1, \dots, A_m, R.B_1, \dots, R.B_k, C_1, \dots, C_n}(\sigma_{R.B_1=S.B_1 \wedge \dots \wedge R.B_k=S.B_k}(R \times S))$$

| R \bowtie S | | | | | | | | | | | |
|----------------|----------------|-----|----------------|----------------|----------------|-----|----------------|----------------|----------------|-----|----------------|
| R - S | | | | R \cap S | | | | S - R | | | |
| A ₁ | A ₂ | ... | A _m | B ₁ | B ₂ | ... | B _k | C ₁ | C ₂ | ... | C _n |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |

Join-Beispiel

| Studenten \bowtie hören | | | |
|---------------------------|--------|----------|--------|
| MatrNr | Name | Semester | VorINr |
| 26120 | Fichte | 10 | 5001 |
| 27550 | Jonas | 12 | 5022 |
| 28106 | Carnap | 3 | 4052 |
| ... | ... | ... | ... |

29

31

| Professoren | | | | Studenten | | | Vorlesungen | | | |
|-------------|------------|------|------|-----------|--------------|----------|-------------|----------------------|-----|-------------|
| PersNr | Name | Rang | Raum | MatrNr | Name | Semester | VorINr | Titel | SWS | gelesen Von |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | 24002 | Xenokrates | 18 | 5001 | Grundzüge | 4 | 2137 |
| 2126 | Russel | C4 | 232 | 25403 | Jonas | 12 | 5041 | Ethik | 4 | 2125 |
| 2127 | Kopernikus | C3 | 310 | 26120 | Fichte | 10 | 5043 | Erkenntnistheorie | 3 | 2126 |
| 2133 | Popper | C3 | 52 | 26830 | Aristoxenos | 8 | 5049 | Mäeutik | 2 | 2125 |
| 2134 | Augustinus | C3 | 309 | 27550 | Schopenhauer | 6 | 4052 | Logik | 4 | 2125 |
| 2136 | Curie | C4 | 36 | 28106 | Carnap | 3 | 5052 | Wissenschaftstheorie | 3 | 2126 |
| 2137 | Kant | C4 | 7 | 29120 | Theophrastos | 2 | 5216 | Bioethik | 2 | 2126 |
| | | | | 29555 | Feuerbach | 2 | 5259 | Der Wiener Kreis | 2 | 2133 |
| | | | | | | | 5022 | Glaube und Wissen | 2 | 2134 |
| | | | | | | | 4630 | Die 3 Kritiken | 4 | 2137 |

| voraussetzen | |
|--------------|------------|
| Vorgänger | Nachfolger |
| 5001 | 5041 |
| 5001 | 5043 |
| 5001 | 5049 |
| 5041 | 5216 |
| 5043 | 5052 |
| 5041 | 5052 |
| 5052 | 5259 |

| prüfen | | | |
|--------|--------|--------|------|
| MatrNr | VorINr | PersNr | Note |
| 28106 | 5001 | 2126 | 1 |
| 25403 | 5041 | 2125 | 2 |
| 27550 | 4630 | 2137 | 2 |

| hören | | | |
|--------|--------|--|--|
| MatrNr | VorINr | | |
| 26120 | 5001 | | |
| 27550 | 5001 | | |
| 27550 | 4052 | | |
| 28106 | 5041 | | |
| 28106 | 5052 | | |
| 28106 | 5216 | | |
| 28106 | 5259 | | |
| 29120 | 5001 | | |
| 29120 | 5041 | | |
| 29120 | 5049 | | |
| 29555 | 5022 | | |
| 25403 | 5022 | | |

| Assistenten | | | |
|-------------|--------------|--------------------|------|
| PersINr | Name | Fachgebiet | Boss |
| 3002 | Platon | Ideenlehre | 2125 |
| 3003 | Aristoteles | Syllogistik | 2125 |
| 3004 | Wittgenstein | Sprachtheorie | 2126 |
| 3005 | Rhetikus | Planetenbewegung | 2127 |
| 3006 | Newton | Keplersche Gesetze | 2127 |
| 3007 | Spinoza | Gott und Natur | 2126 |

30

Drei-Wege-Join

(Studenten \bowtie hören) \bowtie Vorlesungen

| (Studenten \bowtie hören) \bowtie Vorlesungen | | | | | | |
|---|--------|----------|--------|----------------------|-----|------------|
| MatrNr | Name | Semester | VorINr | Titel | SWS | gelesenVon |
| 26120 | Fichte | 10 | 5001 | Grundzüge | 4 | 2137 |
| 27550 | Jonas | 12 | 5022 | Glaube und Wissen | 2 | 2134 |
| 28106 | Carnap | 3 | 4052 | Wissenschaftstheorie | 3 | 2126 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

32

Allgemeiner Join (Theta-Join)

- Gegeben seien folgende Relationen(-Schemata)
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ und
 - $S(B_1, \dots, B_m)$

$$R \bowtie_{\theta} S = \sigma_{\theta}(R \times S)$$

$$R \bowtie_{\theta} S$$

| $R \bowtie_{\theta} S$ | | | | | | | |
|------------------------|-------|-----|-------|-------|-------|-----|-------|
| R | | | | S | | | |
| A_1 | A_2 | ... | A_n | B_1 | B_2 | ... | B_m |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |

33

- rechter äußerer Join

| L | | | R | | | Resultat | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|-------|-------|-------|-------|
| A | B | C | C | D | E | A | B | C | D | E |
| a_1 | b_1 | c_1 | c_1 | d_1 | e_1 | a_1 | b_1 | c_1 | d_1 | e_1 |
| a_2 | b_2 | c_2 | c_3 | d_2 | e_2 | - | - | c_3 | d_2 | e_2 |

35

Andere Join-Arten

- natürlicher Join

| L | | | R | | | Resultat | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|-------|-------|-------|-------|
| A | B | C | C | D | E | A | B | C | D | E |
| a_1 | b_1 | c_1 | c_1 | d_1 | e_1 | a_1 | b_1 | c_1 | d_1 | e_1 |
| a_2 | b_2 | c_2 | c_3 | d_2 | e_2 | | | | | |

- linker äußerer Join

| L | | | R | | | Resultat | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|-------|-------|-------|-------|
| A | B | C | C | D | E | A | B | C | D | E |
| a_1 | b_1 | c_1 | c_1 | d_1 | e_1 | a_1 | b_1 | c_1 | d_1 | e_1 |
| a_2 | b_2 | c_2 | c_3 | d_2 | e_2 | a_2 | b_2 | c_2 | - | - |

34

Andere Join-Arten

- äußerer Join

| L | | | R | | | Resultat | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|-------|-------|-------|-------|
| A | B | C | C | D | E | A | B | C | D | E |
| a_1 | b_1 | c_1 | c_1 | d_1 | e_1 | a_1 | b_1 | c_1 | d_1 | e_1 |
| a_2 | b_2 | c_2 | c_3 | d_2 | e_2 | a_2 | b_2 | c_2 | - | - |
| | | | | | | - | - | c_3 | d_2 | e_2 |

- Semi-Join von L mit R

| L | | | R | | | Resultat | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|-------|-------|
| A | B | C | C | D | E | A | B | C |
| a_1 | b_1 | c_1 | c_1 | d_1 | e_1 | a_1 | b_1 | c_1 |
| a_2 | b_2 | c_2 | c_3 | d_2 | e_2 | | | |

36

Andere Join-Arten (Forts.)

- Semi-Join von R mit L

| L | | | R | | | Resultat | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| A | B | C | C | D | E | C | D | E |
| a ₁ | b ₁ | c ₁ | c ₁ | d ₁ | e ₁ | c ₁ | d ₁ | e ₁ |
| a ₂ | b ₂ | c ₂ | c ₃ | d ₂ | e ₂ | | | |

Definition der Division

- $t \in R \div S$, falls für jedes $ts \in S$ ein $tr \in R$ existiert, so dass gilt:
 - $tr.S = ts.S$
 - $tr.(R-S) = t$

| R | | S | | R ÷ S | |
|----------------|----------------|----------------|--|----------------|--|
| M | V | V | | M | |
| m ₁ | v ₁ | v ₁ | | m ₁ | |
| m ₁ | v ₂ | v ₂ | | | |
| m ₁ | v ₃ | v ₃ | | | |
| m ₂ | v ₂ | | | | |
| m ₂ | v ₃ | | | | |

- Die Division $R \div S$ kann auch durch Differenz, Kreuzprodukt und Projektion ausgedrückt werden.

$$R \div S = \Pi_{(R-S)}(R) - \Pi_{(R-S)}((\Pi_{(R-S)}(R) \times S) - R)$$

37

39

Die relationale Division

Bsp.: Finde MatrNr der Studenten, die **alle** vierstündigen Vorlesungen hören

$$L := \Pi_{\text{VorlNr}}(\sigma_{\text{SWS}=4}(\text{Vorlesungen}))$$

$$\text{hören} \div \Pi_{\text{VorlNr}}(\sigma_{\text{SWS}=4}(\text{Vorlesungen}))$$

Mengendurchschnitt

Als Beispielanwendung für den Mengendurchschnitt (Operatorsymbol \cap) betrachten wir folgende Anfrage: Finde die *PersNr* aller C4-Professoren, die mindestens eine Vorlesung halten.

$$\Pi_{\text{PersNr}}(\rho_{\text{PersNr} \leftarrow \text{gelesenVon}}(\text{Vorlesungen})) \cap \Pi_{\text{PersNr}}(\sigma_{\text{Rang}=C4}(\text{Professoren}))$$

- Mengendurchschnitt nur auf zwei Argumentrelationen mit gleichem Schema anwendbar
- Deshalb ist die Umbenennung des Attribute *gelesenVon* in *PersNr* in der Relation *Vorlesungen* notwendig
- Der Mengendurchschnitt zweier Relationen $R \cap S$ kann durch die Mengendifferenz wie folgt ausgedrückt werden:

$$R \cap S = R - (R - S)$$

38

40

Der relationale Tupel-Kalkül

Eine Anfrage im relationalen Tupel-Kalkül hat die Form

$$\{t \mid P(t)\}$$

mit $P(t)$ Formel.

Beispiele:

- C4-Professoren

- $\{p \mid p \in \text{Professoren} \wedge p.\text{Rang} = \text{'C4'}\}$

- Studenten mit mindestens einer Vorlesung von Curie

$$\{s \mid s \in \text{Studenten}$$

$$\begin{aligned} &\wedge \exists h \in \text{hören}(s.\text{MatrNr}=h.\text{MatrNr} \\ &\wedge \exists v \in \text{Vorlesungen}(h.\text{VorlNr}=v.\text{VorlNr} \\ &\wedge \exists p \in \text{Professoren}(p.\text{PersNr}=v.\text{gelesenVon} \\ &\wedge p.\text{Name} = \text{'Curie'}))\} \end{aligned}$$

41

- Wer hat **alle** vierstündigen Vorlesungen gehört

$$\{s \mid s \in \text{Studenten} \wedge \forall v \in \text{Vorlesungen} (v.\text{SWS}=4 \Rightarrow \exists h \in \text{hören}(h.\text{VorlNr}=v.\text{VorlNr} \wedge h.\text{MatrNr}=s.\text{MatrNr}))\}$$

42

Definition des Tupelkalküls

Atome

- $s \mid R$, mit s Tupelvariable und R Relationenname
- $s.A \phi t.B$, mit s und t Tupelvariablen, A und B Attributnamen und ϕ Vergleichsoperator ($=, \neq, \leq, \dots$)
- $s.A \phi c$ mit c Konstante

Formeln

- Alle Atome sind Formeln
- Ist P Formel, so auch $\neg P$ und (P)
- Sind P_1 und P_2 Formeln, so auch $P_1 \wedge P_2$, $P_1 \vee P_2$ und $P_1 \Rightarrow P_2$
- Ist $P(t)$ Formel mit freier Variable t , so auch $\forall t \in R(P(t))$ und $\exists t \in R(P(t))$

43

Sicherheit

- Einschränkung auf Anfragen mit endlichem Ergebnis.
- Die folgende Beispielanfrage $\{n \mid \neg (n \in \text{Professoren})\}$ ist nicht sicher, denn das Ergebnis ist unendlich.
- Lösung durch Zusatzbedingung: Das Ergebnis des Ausdrucks muss Teilmenge der Domäne der Formel sein.
- Die Domäne einer Formel enthält
 - alle in der Formel vorkommenden Konstanten
 - alle Attributwerte von Relationen, die in der Formel referenziert werden

44

Der relationale Domänenkalkül

Ein Ausdruck des Domänenkalküls hat die Form

$$\{[v_1, v_2, \dots, v_n] \mid P(v_1, \dots, v_n)\}$$

mit v_1, \dots, v_n Domänenvariablen und P Formel.

Beispiel: MatrNr und Namen der Prüflinge von Curie

$$\{[m, n] \mid \exists s ([m, n, s] \in \text{Studenten} \wedge \exists v, p, g ([m, v, p, g] \in \text{prüfen} \\ \wedge \exists a, r, b ([p, a, r, b] \in \text{Professoren} \wedge a = \text{'Curie'}))\})\}$$

Während im Tupelkalkül Variablen für ganze Tupel stehen, stehen sie hier für einzelne Werte.

Ein Ausdruck

$$\{[x_1, x_2, \dots, x_n] \mid P(x_1, x_2, \dots, x_n)\}$$

ist sicher, falls folgende drei Bedingungen gelten:

1. Falls Tupel $[c_1, c_2, \dots, c_n]$ mit Konstante c_i im Ergebnis enthalten ist, so muss jedes c_i ($1 \leq i \leq n$) in der Domäne von P enthalten sein.
2. Für jede existenz-quantifizierte Teilformel $\exists x(P_1(x))$ muss gelten, dass P_1 nur für Elemente aus der Domäne von P_1 erfüllbar sein kann - oder evtl. für gar keine. Mit anderen Worten, wenn für eine Konstante c das Prädikat $P_1(c)$ erfüllt ist, so muss c in der Domäne von P_1 enthalten sein.
3. Für jede universal-quantifizierte Teilformel $\forall x(P_1(x))$ muss gelten, dass sie dann und nur dann erfüllt ist, wenn $P_1(x)$ für alle Werte der Domäne von P_1 erfüllt ist. Mit anderen Worten, $P_1(d)$ muss für alle d , die nicht in der Domäne von P_1 enthalten sind, auf jeden Fall erfüllt sein.

45

47

Sicherheit des Domänenkalküls

- Sicherheit ist analog zum Tupelkalkül
- zum Beispiel ist

$$\{[p, n, r, o] \mid \neg ([p, n, r, o] \in \text{Professoren})\}$$

nicht sicher.

- Zur Definition der Sicherheit benötigen wir:

Def.: Die *Domäne* eines Prädikats P besteht aus der Menge aller in ihm enthaltenen Konstanten sowie aus der Vereinigung der Domänen der in ihr auftretenden Prädikate.

46

Ausdrucksstärke

Die drei Sprachen

1. relationale Algebra,
2. relationaler Tupelkalkül, eingeschränkt auf sichere Ausdrücke und
3. relationaler Domänenkalkül, eingeschränkt auf sichere Ausdrücke

sind **gleich mächtig**. Dies deutet darauf hin, dass man eine kanonische Stufe der Ausdruckstärke erreicht hat.

(Ähnliches gilt z.B. für die (Turing-)Berechenbarkeit, die unabhängig in verschiedenen Theorien äquivalent definiert wurde.)

48

Ausdruckskraft

Warum erlaubt man nicht gleich die ganze Prädikatenlogik als Anfragesprache?

- Anfragen würden nicht unbedingt terminieren, denn es kann
 - unendliche Ergebnisse geben (unsichere Ausdrücke) und
 - noch schlimmer: die Prädikatenlogik ist nicht entscheidbar.

Ausblick: Manchmal will man eigentlich etwas mehr Ausdrucksstärke als relationale Algebra:

- Datalog bietet Rekursion (z.B.: Welche Metrostationen sind an einem Streiktag erreichbar?)
- F-Logic bietet Objektorientierung, Operatorüberladung, etc..
- OWL DL bietet gerade noch entscheidbare Logik (siehe Vorlesung „Künstliche Intelligenz“)
- ...

49

Relationale Algebra und SQL

SQL ähnelt vom Aussehen her dem relationalen Tupelkalkül.

Die Semantik von SQL wird aber unter Verwendung der relationalen Algebra spezifiziert, wie wir weiter hinten sehen werden.

50