

Kapitel 6: Logik

(Dieser Foliensatz basiert auf Material von Mirjam Minor, Humboldt-Universität Berlin, WS 2000/01)

Prädikatenkalkül erster Stufe (PK1)

Vorteile für die Wissensrepräsentation:

- Hoher Bekanntheitsgrad als formale Notation.
- Die Domäne kann mit Hilfe von Axiomen beschrieben werden.
- Die Semantik läßt sich mit Tarski-Modellen ausdrücken.
- Lösung von Aufgaben durch Deduktion.

Nachteile:

- Hohe Komplexität der Inferenzprozesse.
- Das theoretische Problem der Semientscheidbarkeit des PK1 muß im Hinblick auf jede konkrete Axiomenmengen untersucht werden.
- Ist für bestimmte Anwendungsgebiete nicht mächtig genug.

Entwicklung eines Modells im PK1

Beispiel-Szenario: Gegeben ist ein technisches Gerät *Staubsauger*. Das Modell soll wenigstens zwei Aufgaben erfüllen: Der Grund für ein eventuelles Nichtfunktionieren soll aus dem Modell angegeben werden können und es soll möglich sein, Schritte anzugeben, mit denen aus den einzelnen Komponenten eines Staubsaugers ein funktionsfähiges Ganzes aufgebaut werden kann.

Axiom (S1)

$$\begin{aligned} \forall \textit{staubi} : \textit{Staubsauger}(\textit{staubi}) \Rightarrow \\ \exists l, m, s : \textit{Lampe}(l) \wedge \textit{HatAlsTeil}(\textit{staubi}, l) \wedge \\ \textit{Motor}(m) \wedge \textit{HatAlsTeil}(\textit{staubi}, m) \wedge \\ \textit{Stecker}(s) \wedge \textit{HatAlsTeil}(\textit{staubi}, s). \end{aligned}$$

Anmerkungen

Domäne ist auf *Staubsauger* eingeschränkt.

Die Kozeptionalisierung der Anschauung in Axiom (S1) (u.a. die Richtung des Implikationspfeils) ist nur vorläufig.

Erinnerung an Prädikatenkalkül: *staubi* ist **Variablensymbol**, es gibt **Konstantensymbole** z.B. *staubi₁*, *HatAlsTeil* ist ein **Prädikaten-symbol**.

Inferenz

Erste Frage: Was folgt aus *Staubsauger(staub₁)*?

Kurze Erinnerung an die Prädikatenlogik erster Stufe:

Folgerung: Eine Formel G folgt aus einer Formel F ($F \models G$), wenn alle Tarski-Modelle von F (Interpretationen, die F erfüllen) auch Tarski-Modelle von G sind.

(syntaktisches) Ableiten: Erzeugen einer neuen Formel F aus den Formeln F_1, F_2, \dots, F_n durch (wiederholtes) Anwenden von Schlußregeln ($F_1, F_2, \dots, F_n \vdash F$)

Antwort: Aus (S1) und $Staubsauger(staubi_1)$ folgt durch Anwendung des Modus Ponens (A1):

$$\begin{aligned} \exists l, m, s : & \text{Lampe}(l) \wedge \text{HatAlsTeil}(staubi_1, l) \wedge \\ & \text{Motor}(m) \wedge \text{HatAlsTeil}(staubi_1, m) \wedge \\ & \text{Stecker}(s) \wedge \text{HatAlsTeil}(staubi_1, s). \end{aligned}$$

(A1) ist notwendig, aber nicht hinreichend um einen Staubsauger zusammenzubauen.

Zweite Frage: Was folgt aus $\neg \text{Staubsauger}(staubi_1)$?

Antwort: Nichts Neues.

(A1) ist noch keine vollständige Antwort für den Bau eines Staubsaugers, da der Implikationspfeil nur nach rechts zeigt. (A1) ist notwendig, aber nicht hinreichend.

(S1) und $\neg \text{Staubsauger}(\text{staubi}_1)$ sind verträglich, denn wenn staubi_1 eine Lampe, einen Motor und einen Stecker hat, ist das kein Widerspruch zu $\neg \text{Staubsauger}(\text{staubi}_1)$.

Dritte Frage: Was folgt aus der Formel

$$\neg \exists l, m, s : Lampe(l) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, l) \wedge \\ Motor(m) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, m) \wedge \\ Stecker(s) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, s)?$$

Antwort: $\neg Staubsauger(staubi_1)$ durch Anwendung des Modus Tollens ($a \Rightarrow b$ ergibt $\neg b \Rightarrow \neg a$).

Vierte Frage: Was folgt aus der Formel

$$\exists l, m, s : Lampe(l) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, l) \wedge \\ Motor(m) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, m) \wedge \\ Stecker(s) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, s)?$$

Antwort: Wieder nichts Interessantes.

Zusammenfassung:

Axiom (S1) beantwortet ganz gut Fragen nach notwendigen Teilen eines Staubsaugers, nimmt Dinge zur Kenntnis, die keine Staubsauger sind und meldet einwandfreie Nichtstaubsauger. Ist eher ein Klassifikationssystem als zur Diagnose und Konstruktion einsetzbar, aber entspricht der Anschauung.

Welche Auswirkungen hätte es, wenn in (S1) der Pfeil \Rightarrow durch \Leftrightarrow ersetzt würde?

- Die Antworten des Modells sind präziser und aussagekräftiger geworden, es ist aber immer noch kein Diagnosesystem.
- Das Modell ist - so wie es aussieht - nicht mehr im Einklang mit der Realität (Mixer haben auch eine Lampe, einen Stecker und einen Motor).

Trotz Beschränkung der Domäne auf Staubsauger sollte man einplanen, daß Teile des Modells auf andere Domänen generalisiert werden könnten.

Frage 1: Antwort ist auch (A1), jetzt aber vollst. Konstruktionsplan.

Frage 2: Die Antwort ist eine präzise Diagnose:

$$\neg \exists l, m, s : Lampe(l) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, l) \wedge \\ Motor(m) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, m) \wedge \\ Stecker(s) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, s).$$

Frage 3: Dasselbe Ergebnis wie vorher.

Frage 4: *Staubsauger(staubi₁)* folgt brav.

Um statt eines Klassifikationssystems ein echtes Diagnosesystem zu erhalten, wären weitere Axiome nötig (z.B. daß die Lampe leuchtet, wenn der Stecker in der Steckdose steckt).

Wiederholung

Was bedeuten

- Syntax, Semantik
- Modell, \models
- Allgemeingültigkeit, Erfüllbarkeit
- Kalkül, \vdash

- Vollständigkeit, Korrektheit
- Gültigkeitsproblem, Unerfüllbarkeitsproblem
- (Semi-)Entscheidbarkeit?

Was bedeutet das für die Verwendung der Prädikatenlogik als Wissensrepräsentation?

Regelbasierte Systeme — Beispiel Prolog

Wissen über Zusammenhänge wird in Regelform abgespeichert.

Die Faktenmenge repräsentiert den aktuellen Wissensstand. Sie ist auf natürliche Weise erweiterbar.

Prolog verwendet die Closed-World-Assumption, d.h. dass nur ableitbare Tatsachen ausgegeben werden (siehe 'Heinrich').

Verwendeter Kalkül: SLD-Resolution (für Hornklauseln).

Prolog-Beispiel: Datenbasis und Anfragen

mann(adam).

mann(tobias).

mann(frunk).

frau(eva).

frau(daniela).

vater(adam,tobias).

vater(tobias,frunk).

mutter(eva,tobias).

mutter(daniela,frunk).

?- mann(tobias).

yes.

?- mann(heinrich).

no.

?- frau(X).

X=eva

X=daniela

no.

?- mann(heinrich).

no.

?- frau(heinrich).

no.

Prolog-Beispiel: Regeln

grossvater(X,Y) :- vater(X,Z), vater(Z,Y).

grossvater(X,Y) :- vater(X,Z), mutter(Z,Y).

vorfahr(X,Z) :- elternteil(X,Z).

vorfahr(X,Z) :- elternteil(X,Y), vorfahr(Y,Z).

elternteil(X,Y) :- mutter(X,Y); vater(X,Y).

?- grossvater(X,frank).

X=adam

?- vorfahr(adam,ulrike).

yes.

Regelsysteme sind gut geeignet bei Problemen mit

- vielen, unabhängigen, unstrukturierten Einzelaktionen
- vielen, unabhängigen, unstrukturierten Fakten
- Separierbarkeit von Wissen und Bearbeitung.

Vorteile regelbasierter Systeme

- Einheitlichkeit
- Übersichtlichkeit
- Erklärbarkeit
- Erweiterbarkeit
- Unabhängigkeit

Nachteile regelbasierter Systeme

- mangelnde Strukturierung, keine Hierarchien
- Abarbeitungsreihenfolge schwer überschaubar
- Erklärungskomponente bezgl. Beweisablauf problematisch
- hoher Steuerungsaufwand (siehe nächstes Kapitel)
- anwendbare Regeln aus anderen Kontexten werden nicht gefunden

Beispiele

OPS5 (Official Production System) ist eine Sprache für regelbasierte Systeme, die in den 1970ern von der Firma DEC für die Expertensysteme R1/XCON entwickelt und zur Konfiguration von VAX-Rechnern eingesetzt wurde.

Das Expertensystem hatte ca. 6000 Regeln und erreichte eine Zuverlässigkeit von ca. 90%.

MYCIN wurde ebenfalls in den 70ern entwickelt. Medizinexpertensystem, das auch Unsicherheit modelliert. Siehe nächstes Kapitel.

Modale und Temporale Logiken

- modelliert Wissen über das Wissen anderer Akteure
- erlaubt subjektive Sichtweise / unterschiedliche Standpunkte
- kann zeitliche Abläufe darstellen
- theoretischer Ansatz zur Formalisierung der Funktionsweise von dynamischen, nicht terminierenden Systemen und speziell der Agentenorientierter Programmierung

Modale Logik

Einführung modaler Operatoren für “notwendig” und “möglich”:

- $\Box\phi$ oder $L\phi$ für: “Es ist notwendig, daß ϕ gilt.”
- $\Diamond\phi$ oder $M\phi$ für: “Es ist möglich, daß ϕ gilt.”

Andere Interpretationen anstelle von notwendig / möglich:

- es wird für möglich gehalten / wird gewusst
(In Multi-Agentensystemen gibt es ein Operatorenpaar pro Agent)
- es wird irgendwann in der Zukunft gelten (“möglich”)
es wird immer in der Zukunft gelten (“notwendig”)
- es ist obligatorisch / zugelassen / verboten

Bemerkungen I

Kombination der verschiedenen Interpretationen möglich:

Ich halte es für möglich, daß ich weiß, ...

Ich weiss, daß eine Zeit kommt, ...

Zwischen folgenden beiden Aussagen muß unterschieden werden:

Ich weiss nicht, daß es gilt. (Ich bin nicht sicher, ob ...)

Ich weiss, daß es nicht gilt. (Ich bin sicher, daß nicht ...)

Bemerkungen II

Aussagen bezüglich anderer Agenten sind möglich:

Ich weiß, daß du weißt, daß ich weiß

Modale Operatoren sind **nicht extensional**, d.h. der Wahrheitswert von $\Box\phi$ hängt im Allgemeinen nicht vom Wahrheitswert von ϕ ab:

Peter weiss, daß $2+2=5$ ist.

Peter hält es für möglich, daß Napoleon 1869 geboren wurde.

Es gibt (für verschiedene Zwecke) verschiedene Semantiken.

“Wise Men - Puzzle” (J. McCarthy)

Der König will seine drei weisen Männer auf die Probe stellen. Sie müssen sich so in einem Kreis aufstellen, daß jeder die anderen sehen und hören kann. Er erklärt, daß er jedem einen Hut aufsetzen wird, dessen Farbe weiß oder schwarz sein kann, wobei aber wenigstens einer der Hüte weiß ist.

Tatsächlich setzt er jedem einen weißen Hut auf. Dann stellt er ihnen der Reihe nach die Frage: „Weißt Du, welche Farbe Dein Hut hat?“ Wie antworten die (wahrhaftig) weisen Männer?

Erster weiser Mann: „Ich weiß es nicht.“

Zweiter weiser Mann: „Ich weiß es nicht.“

Dritter weiser Mann: „Mein Hut ist weiß.“