Kapitel 6: Logik

Teil 1

(Dieser Foliensatz basiert auf Material von Mirjam Minor, Humboldt-Universität Berlin, WS 2000/01)

Prädikatenkalkül erster Stufe (PK1)

Vorteile für die Wissensrepräsentation:

- Hoher Bekanntheitsgrad als formale Notation.
- Die Domäne kann mit Hilfe von Axiomen beschrieben werden.
- Die Semantik läßt sich mit Tarski-Modellen ausdrücken.
- Lösung von Aufgaben durch Deduktion.

Nachteile:

- Hohe Komplexität der Inferenzprozesse.
- Das theoretische Problem der Semientscheidbarkeit des PK1 muß im Hinblick auf jede konkrete Axiomenmengen untersucht werden.
- Ist für bestimmte Anwendungsgebiete nicht mächtig genug.

Entwicklung eines Modells im PK1

Beispiel-Szenario: Gegeben ist ein technisches Gerät *Staubsauger*. Das Modell soll wenigstens zwei Aufgaben erfüllen: Der Grund für ein eventuelles Nichtfunktionieren soll aus dem Modell angegeben werden können und es soll möglich sein, Schritte anzugeben, mit denen aus den einzelnen Komponenten eines Staubsaugers ein funktionsfähiges Ganzes aufgebaut werden kann.

Axiom (S1)

$$\begin{aligned}
&\forall staubi : Staubsauger(staubi) \Rightarrow \\
&\quad \exists l, m, s : Lampe(l) \wedge HatAlsTeil(staubi, l) \wedge \\
&\quad Motor(m) \wedge HatAlsTeil(staubi, m) \wedge \\
&\quad Stecker(s) \wedge HatAlsTeil(staubi, s).
\end{aligned}$$

Anmerkungen

Domäne ist auf *Staubsauger* eingeschränkt.

Die Kozeptionalisieren der Anschauung in Axiom (S1) (u.a. die Richtung des Implikationspfeils) ist nur vorläufig.

Erinnerung an Prädikatenkalkül: $staubi$ ist **Variablensymbol**, es gibt **Konstantensymbole** z.B. $staubi_1$, $HatAlsTeil$ ist ein **Prädikatensymbol**.

Inferenz

Erste Frage: Was folgt aus $Staubsauger(staubi_1)$?

Kurze Erinnerung an die Prädikatenlogik erster Stufe:

Folgerung: Eine Formel G folgt aus einer Formel F ($F \models G$), wenn alle Tarski-Modelle von F (Interpretationen, die F erfüllen) auch Tarski-Modelle von G sind.

(syntaktisches) Ableiten: Erzeugen einer neuen Formel F aus den Formeln $F_1, F_2, ..., F_n$ durch (wiederholtes) Anwenden von Schlußregeln ($F_1, F_2, ..., F_n \vdash F$)

Antwort: Aus (S1) und $Staubsauger(staubi_1)$ folgt durch Anwendung des Modus Ponens (A1):

$$\begin{gathered}\exists l, m, s : Lampe(l) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, l) \wedge \\ Motor(m) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, m) \wedge \\ Stecker(s) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, s).\end{gathered}$$

(A1) ist notwendig, aber nicht hinreichend um einen Staubsauger zusammenzubauen.

Zweite Frage: Was folgt aus $\neg Staubsauger(staubi_1)$?
Antwort: Nichts Neues.

(A1) ist noch keine vollständige Antwort für den Bau einen Staubsauger, da der Implikationspfeil nur nach rechts zeigt. (A1) ist notwendig, aber nicht hinreichend.

(S1) und $\neg Staubsauger(staubi_1)$ sind verträglich, denn wenn $staubi_1$ eine Lampe, einen Motor und einen Stecker hat, ist das kein Widerspruch zu $\neg Staubsauger(staubi_1)$.

Dritte Frage: Was folgt aus der Formel

$$\neg\exists l, m, s : Lampe(l) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, l) \wedge \\ Motor(m) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, m) \wedge \\ Stecker(s) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, s)?$$

Antwort: $\neg Staubsauger(staubi_1)$ durch Anwendung des Modus Tollens ($a \Rightarrow b$ ergibt $\neg b \Rightarrow \neg a$).

Vierte Frage: Was folgt aus der Formel

$$\exists l, m, s : Lampe(l) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, l) \wedge \\ Motor(m) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, m) \wedge \\ Stecker(s) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, s)?$$

Antwort: Wieder nichts Interessantes.

Zusammenfassung:

Axiom (S1) beantwortet ganz gut Fragen nach notwendigen Teilen eines Staubsaugers, nimmt Dinge zur Kenntnis, die keine Staubsauger sind und meldet einwandfreie Nichtstaubsauger. Ist eher ein Klassifikationssystem als zur Diagnose und Konstruktion einsetzbar, aber entspricht der Anschauung.

Welche Auswirkungen hätte es, wenn in (S1) der Pfeil $\Rightarrow$ durch $\Leftrightarrow$ ersetzt würde?

- Die Antworten des Modells sind präziser und aussagekräftiger geworden, es ist aber immer noch kein Diagnosesystem.
- Das Modell ist - so wie es aussieht - nicht mehr im Einklang mit der Realität (Mixer haben auch eine Lampe, einen Stecker und einen Motor).

Trotz Beschränkung der Domäne auf Staubsauger sollte man einplanen, daß Teile des Modells auf andere Domänen generalisiert werden könnten.

Frage 1: Antwort ist auch (A1), jetzt aber vollst. Konstruktionsplan.
Frage 2: Die Antwort ist eine präzise Diagnose:

$$\neg\exists l, m, s : Lampe(l) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, l) \wedge$$
$$Motor(m) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, m) \wedge$$
$$Stecker(s) \wedge HatAlsTeil(staubi_1, s).$$

Frage 3: Dasselbe Ergebnis wie vorher.
Frage 4: $Staubsauger(staubi_1)$ folgt brav.

Um statt eines Klassifikationssystems ein echtes Diagnosesystem zu erhalten, wären weitere Axiome nötig (z.B. daß die Lampe leuchtet, wenn der Stecker in der Steckdose steckt).

Wiederholung

Was bedeuten

- Syntax, Semantik
- Modell, $\models$
- Allgemeingültigkeit, Erfüllbarkeit
- Kalkül, $\vdash$

- Vollständigkeit, Korrektheit
- Gültigkeitsproblem, Unerfüllbarkeitsproblem
- (Semi-)Entscheidbarkeit?

Was bedeutet das für die Verwendung der Prädikatenlogik als Wissensrepräsentation?