2. Übung zur Vorlesung "Objektorientierte und Deduktive Datenbanken"
im Wintersemester 2004
– mit Musterlösungen –

Prof. Dr. Gerd Stumme, Dipl.-Inform. Christoph Schmitz

15. November 2004

Aufgabe 1 – Datalog und relationale Algebra

Zeigen Sie, daß es zu jedem Ausdruck in relationaler Algebra einen äquivalenten Ausdruck in Datalog gibt.

Aus der Datenbank-Vorlesung ist bekannt, daß sich jeder Ausdruck der relationalen Algebra aus den Operationen Selektion, Projektion, kartesisches Produkt, Vereinigung und Mengendifferenz konstruieren läßt. Es reicht also, jeweils Entsprechungen für diese zu finden. Sei jeweils $\mathcal{R}$ ein Datalog-Prädikat für einen Ausdruck R in der relationalen Algebra und $\{A_i\}, \{B_i\}$ Namen von Attributen, analog $\{\mathcal{A}_i\}, \{\mathcal{B}_i\}$ Namen von entsprechenden Variablen.

Algebra	**Datalog**
$\sigma_{A_i=a}(R)$	$query(\mathcal{A}_1, \ldots, \mathcal{A}_n) : -\mathcal{R}(\mathcal{A}_1, \ldots, \mathcal{A}_{i-1}, a, \mathcal{A}_{i+1}, \ldots, \mathcal{A}_n).$
$\pi_{A_{i_1}, \ldots, A_{i_k}}(R)$	$query(\mathcal{A}_{i_1}, \ldots, \mathcal{A}_{i_k}) : -\mathcal{R}(\mathcal{A}_1, \ldots, \mathcal{A}_n).$
$R \times S$	$query(\mathcal{A}_1, \ldots, \mathcal{A}_n, \mathcal{B}_1, \ldots \mathcal{B}_m) : -\mathcal{R}(\mathcal{A}_1, \ldots, \mathcal{A}_n), \mathcal{S}(\mathcal{B}_1, \ldots, \mathcal{B}_m).$
$R \cup S$	$query(\mathcal{A}_1, \ldots, \mathcal{A}_n) : -\mathcal{R}(\mathcal{A}_1, \ldots, \mathcal{A}_n).$ $query(\mathcal{A}_1, \ldots, \mathcal{A}_n) : -\mathcal{S}(\mathcal{A}_1, \ldots, \mathcal{A}_n).$
$R - S$	$query(\mathcal{A}_1, \ldots, \mathcal{A}_n) : -\mathcal{R}(\mathcal{A}_1, \ldots, \mathcal{A}_n), \neg\mathcal{S}(\mathcal{A}_1, \ldots, \mathcal{A}_n).$

Aufgabe 2 – Logik

Versuchen Sie, für die folgenden Konzepte relationaler Datenbanken – falls möglich – Entsprechungen in der Prädikatenlogik zu finden. Erklären Sie den Zusammenhang.

- Relation

  Eine Relation ist eine Teilmenge des Kreuzproduktes der Wertebereiche der Attribute: $R \subseteq D_1 \times \cdots \times D_n$. Ähnlich definiert ist die Interpretation eines Prädikatensymbols: $\mathcal{P}(p) \subseteq U^n = \underbrace{U \times \cdots \times U}_{n}$, nur daß dort nicht zwischen verschiedenen Wertebereichen unterschieden wird.

- Wertebereich

  Die Vereinigung aller Wertebereiche entspricht dem Universum einer Interpretation.

- Relationenname

  Der Name einer Relation entspricht einem Prädikatensymbol.

- Tupel

  Ein Tupel t ist ein Element einer Relation: $t \in R \subseteq D_1 \times \cdots \times D_n$. Dies entspricht einem Element v aus der Interpretation des entsprechenden Prädikates p, also $v \in \mathcal{P}(p) \subseteq U^m$.

Aufgabe 3 – Logik

1. Mit der Signatur und den Variablen aus dem ersten Beispiel in 2.1, sind die folgenden Terme wohlgeformt oder nicht?

   (a) $null$
   Ja. $null$ ist ein Konstantensymbol und damit auch ein Term.

   (b) (x_1)
   Ja. x_1 ist ein Term, und Klammern sind zur Strukturierung von Termen zulässig.

   (c) $succ(null, y)$
   Nein. Die Stelligkeit von $succ$ ist $d(succ) = 1$, damit ist dieser zweistellige Ausdruck kein Term.

   (d) $-(0)$
   Nein. Weder ist 0 ein Term, noch ist "$-$" ein Funktionssymbol.

2. Mit der gleichen Signatur: Sind die folgenden Formeln wohlgeformt?

   (a) $x_1 = x_2$
   Ja, da "=" ein Prädikat ist und x_i Variablensymbole, somit Terme; Infix-Notation ist möglich.

   (b) $= (x_1, x_2)$
   Ja, s. o.

(c) $(\forall x_1.(\forall x_2.(\leq (x_1, x_2) \wedge \neg \leq (x_2, x_1))))$

Ja. Die x_i sind Variablensymbole, also Terme. $\leq (\cdot, \cdot)$ ist jeweils eine Formel, weil $\leq$ ein Prädikatensymbol ist. Die Verknüpfung mit $\wedge$ ist wiederum eine Formel, und das Hinzufügen der $\forall$-Quantoren macht daraus jeweils wieder Formeln.

(d) $(\exists x_1.succ(x_1))$

Nein. $succ(x_1)$ ist ein Term und keine Formel, somit kann auch kein Existenzquantor vorangestellt werden.

(e) $(\forall x_1.(= (null, x_1) \vee (\exists x_1. \leq (null, x_1))))$

Ja. $null$ und x_1 sind Terme, damit sind $= (null, x_1)$ und $\leq (null, x_1)$ Formeln, somit auch $(= (null, x_1) \vee (\exists x_1. \leq (null, x_1)))$ und schließlich der gesamte Ausdruck.

Aufgabe 4 – Logik

Geben Sie Ausdrücke in der vorgestellten Sprache $L_{\mathbb{N}}$ für die natürlichen Zahlen an, die folgende Aussagen wiedergeben:

- Jede natürliche Zahl x_1 ist Null oder sie hat einen Vorgänger.

  $\forall x_1.(x_1 = null \vee \exists x_2.(x_1 = succ(x_2))$

- Zwei natürliche Zahlen sind gleich, wenn die eine kleiner gleich der anderen ist und das selbe auch umgekehrt gilt.

  $\forall x_1.\forall x_2.((x_1 \leq x_2 \wedge x_2 \leq x_1) \rightarrow x_1 = x_2)$

- Verschiedene Zahlen haben verschiedene Nachfolger.

  $\forall x_1.\forall x_2.(\neg(x_1 = x_2) \rightarrow \neg(succ(x_1) = succ(x_2)))$

- Keine Zahl hat zwei Vorgänger.

  $\neg\exists x_1.(\exists x_2.\exists x_3.(x_1 = succ(x_2) \wedge x_1 = succ(x_3) \wedge \neg(x_2 = x_3)))$