

4. Assoziationsregeln

Inhalt dieses Kapitels

4.1 Einleitung

Transaktionsdatenbanken, Warenkorbanalyse

4.2 Einfache Assoziationsregeln

Grundbegriffe, Aufgabenstellung, Apriori-Algorithmus, Hashbäume, Interessantheit von Assoziationsregeln, Einbezug von Constraints

4.3 Hierarchische Assoziationsregeln

Motivation, Grundbegriffe, Algorithmen, Interessantheit

4.4 Quantitative Assoziationsregeln

Motivation, Grundidee, Partitionierung numerischer Attribute, Anpassung des Apriori-Algorithmus, Interessantheit

4.1 Einleitung

Motivation



{Butter, Brot, Milch, Zucker}

{Butter, Mehl, Milch, Zucker}

{Butter, Eier, Milch, Salz}

{Eier}

{Butter, Mehl, Milch, Salz, Zucker}

Transaktionsdatenbank

Warenkorbanalyse

- Welche Artikel werden häufig miteinander gekauft?
- Anwendungen
 - Verbesserung des Laden-Layouts
 - Cross Marketing
 - gezielte Attached Mailings/Add-on Sales

4.1 Einleitung

Assoziationsregeln

Regeln der Form

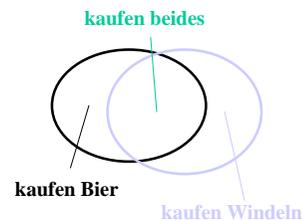
“Rumpf → Kopf [support, confidence]”

Beispiele

kauft(X, “Windeln”) → kauft(X, “Bier”) [0.5%, 60%]

major(X, “CS”) ∧ takes(X, “DB”) → grade(X, “A”) [1%, 75%]

98% aller Kunden, die Reifen und Autozubehör kaufen, bringen ihr Auto auch zum Service



4.2 Einfache Assoziationsregeln

Grundbegriffe [Agrawal & Srikant 1994]

- Items $I = \{i_1, \dots, i_m\}$ eine Menge von Literalen
- Itemset X : Menge von Items $X \subseteq I$
- Datenbank D : Menge von Transaktionen T mit $T \subseteq I$
- T enthält X : $X \subseteq T$
- Items in Transaktionen oder Itemsets sind lexikographisch sortiert:
 - Itemset $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)$, wobei $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_k$
- Länge des Itemsets: Anzahl der Elemente in einem Itemset
- k -Itemset: ein Itemset der Länge k

4.2 Einfache Assoziationsregeln

Grundbegriffe

- *Support der Menge X in D*: Anteil der Transaktionen in D , die X enthalten
- *Assoziationsregel*: Implikation der Form $X \Rightarrow Y$,
wobei gilt: $X \subseteq I, Y \subseteq I$ und $X \cap Y = \emptyset$
- *Support s einer Assoziationsregel $X \Rightarrow Y$ in D* :
Support von $X \cup Y$ in D
- *Konfidenz c einer Assoziationsregel $X \Rightarrow Y$ in D* :
Anteil der Transaktionen, die die Menge Y enthalten, in der Teilmenge aller Transaktionen aus D , welche die Menge X enthalten
- *Aufgabenstellung*: bestimme alle Assoziationsregeln, die in D einen Support $\geq \text{minsup}$ und eine Konfidenz $\geq \text{minconf}$ besitzen

4.2 Einfache Assoziationsregeln

Beispiel

TransaktionsID	Items
2000	A,B,C
1000	A,C
4000	A,D
5000	B,E,F

$\text{minsup} = 50\%$,
 $\text{minconf} = 50\%$

Support

(A): 75%, (B), (C): 50%, (D), (E), (F): 25%,
(A, C): 50%, (A, B), (A, D), (B, C), (B, E), (B, F), (E, F): 25%

Assoziationsregeln

$A \Rightarrow C$ (Support = 50%, Konfidenz = 66.6%)
 $C \Rightarrow A$ (Support = 50%, Konfidenz = 100%)

4.2 Einfache Assoziationsregeln

Methode

1. Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets in der Datenbank

häufig auftretende Itemsets (Frequent Itemsets): Support $\geq \text{minsup}$

„naiver“ Algorithmus:



zähle die Häufigkeit aller k -elementigen Teilmengen von I

ineffizient, da $\binom{m}{k}$ solcher Teilmengen

2. Generierung der Assoziationsregeln aus den Frequent Itemsets

Itemset X häufig

A Teilmenge von X

$A \Rightarrow (X - A)$ hat minimalen Support

4.2 Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

Grundlagen

Monotonie-Eigenschaft

Jede Teilmenge eines häufig auftretenden Itemsets ist selbst auch häufig.

Vorgehen

- zuerst die einelementigen Frequent Itemsets bestimmen, dann die zweielementigen und so weiter
- Finden von $k+1$ -elementigen Frequent Itemsets:
nur solche $k+1$ -elementigen Itemsets betrachten, für die alle k -elementigen Teilmengen häufig auftreten
- Bestimmung des Supports durch Zählen auf der Datenbank (ein Scan)

4.2 Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

C_k : die zu zählenden Kandidaten-Itemsets der Länge k
 L_k : Menge aller häufig vorkommenden Itemsets der Länge k

Apriori($I, D, minsup$)

$L_1 := \{\text{frequent 1-Itemsets aus } I\};$

$k := 2;$

while $L_{k-1} \neq \emptyset$ **do**

$C_k := \text{AprioriKandidatenGenerierung}(L_{k-1});$

for each Transaktion $T \in D$ **do**

$CT := \text{Subset}(C_k, T);$ // alle Kandidaten aus C_k , die in der Transaktion T enthalten sind;

for each Kandidat $c \in CT$ **do** $c.count++;$

$L_k := \{c \in C_k \mid (c.count / |D|) \geq minsup\};$

$k++;$

return $\cup_k L_k;$

4.2 Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

Kandidatengenerierung

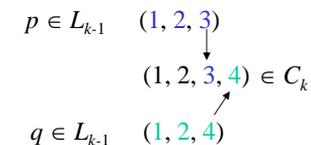
Anforderungen an Kandidaten-Itemsets C_k

- Obermenge von L_k
- wesentlich kleiner als die Menge *aller* k -elementigen Teilmengen von I

Schritt 1: Join

$k-1$ -elementige Frequent Itemsets p und q

p und q werden miteinander verbunden, wenn sie in den ersten $k-1$ Items übereinstimmen



4.2 Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

Kandidatengenerierung

Schritt 2: Pruning

entferne alle Kandidaten-Itemsets, die eine $k-1$ -elementige Teilmenge enthalten, die nicht zu L_{k-1} gehört

Beispiel

$L_3 = \{(1\ 2\ 3), (1\ 2\ 4), (1\ 3\ 4), (1\ 3\ 5), (2\ 3\ 4)\}$

nach dem Join-Schritt: Kandidaten = $\{(1\ 2\ 3\ 4), (1\ 3\ 4\ 5)\}$

im Pruning-Schritt:

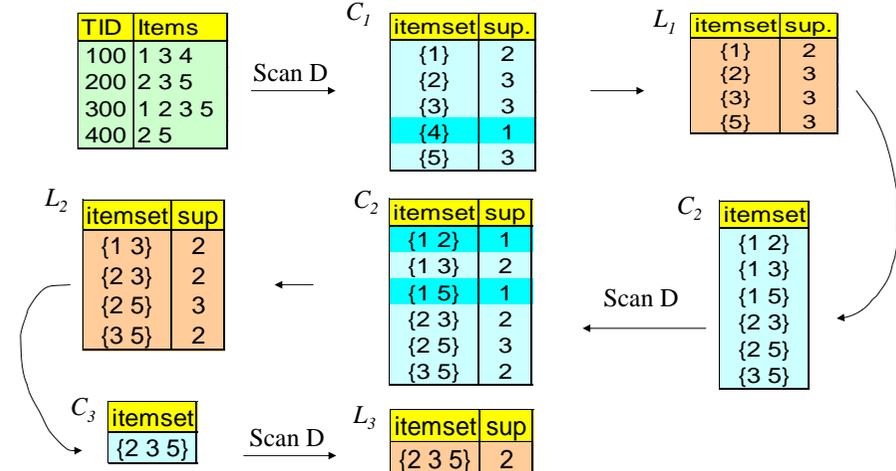
lösche (1 3 4 5)

→ $C_4 = \{(1\ 2\ 3\ 4)\}$

4.2 Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

minsup = 2

Beispiel



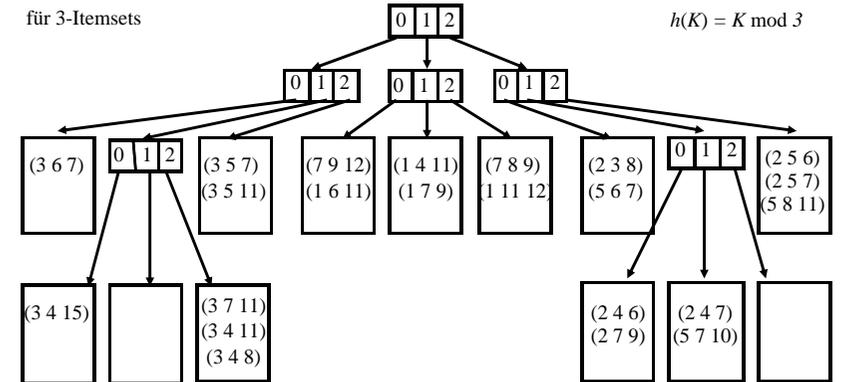
4.2 Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

Effiziente Unterstützung der Subset-Funktion

- Subset (C_k, T)
 - ➔ alle Kandidaten aus C_k , die in der Transaktion T enthalten sind
- Probleme
 - sehr viele Kandidaten-Itemsets
 - eine Transaktion kann viele Kandidaten enthalten
- Hashbaum zur Speicherung von C_k
 - *Blattknoten* enthält Liste von Itemsets (mit Häufigkeiten)
 - *innerer Knoten* enthält Hashtabelle
 - jedes Bucket auf Level d verweist auf Sohnknoten des Levels $d+1$
 - *Wurzel* befindet sich auf Level 1

4.2 Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

Beispiel



4.2 Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

Hashbaum

Suchen eines Itemsets

- starte bei der Wurzel
- auf Level d : wende die Hashfunktion h auf das d -te Item des Itemsets an

Einfügen eines Itemsets

- suche das entsprechende Blatt und füge Itemset ein
- beim Overflow:
 - Umwandlung des Blattknotens in inneren Knoten
 - Verteilung seiner Einträge gemäß der Hashfunktion auf die neuen Blattknoten

4.2 Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

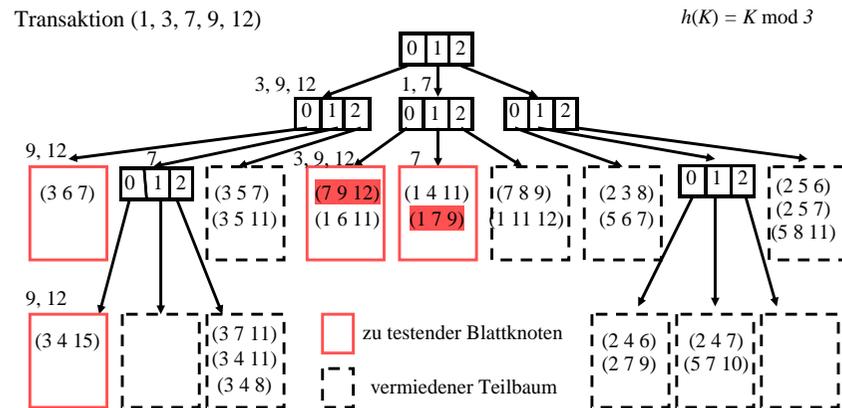
Hashbaum

Suchen aller Kandidaten, die in $T = (t_1 t_2 \dots t_m)$ enthalten sind

- bei der Wurzel
 - bestimme die Hashwerte für jedes Item in T
 - suche weiter in den resultierenden Sohnknoten
- bei einem inneren Knoten auf Level d
 - (den man durch Hashing nach t_i erreicht hat)
 - bestimme die Hashwerte und suche weiter für jedes Item t_k mit $k > i$
- bei einem Blattknoten
 - teste für die enthaltenen Itemsets, ob sie in der Transaktion T vorkommen

4.2 Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

Beispiel



4.2 Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

Methoden der Effizienzverbesserung

Zählen des Supports mit Hashtabelle [Park, Chen & Yu 1995]

- Hashtabelle statt Hashbaum zum Bestimmen des Supports
- k -Itemset, dessen Bucket einen Zähler $<$ minsup hat, kann nicht häufig auftreten
➔ effizienterer Zugriff auf Kandidaten, aber ungenaue Zählung

Reduktion der Transaktionen [Agrawal & Srikant 1994]

- eine Transaktion, die keinen Frequent k -Itemset enthält, wird nicht mehr benötigt
- entferne solche Transaktionen für weitere Phasen aus der Datenbank
➔ effizienterer Datenbank-Scan, aber vorher neues Schreiben der Datenbank

4.2 Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

Methoden der Effizienzverbesserung

Partitionierung der Datenbank [Savasere, Omiecinski & Navathe 1995]

- ein Itemset ist nur dann häufig, wenn er in mindestens einer Partition häufig ist
- bilde Hauptspeicherresidente Partitionen der Datenbank

➔ viel effizienter auf Partitionen, aber aufwendige Kombination der Teilergebnisse

Sampling [Toivonen 1996]

- Anwendung des gesamten Algorithmus auf ein Sample
- Zählen der gefundenen häufigen Itemsets auf der gesamten Datenbank
- Feststellen evtl. weiterer Kandidaten und Zählen auf der gesamten Datenbank

4.2 Bestimmung der Assoziationsregeln

Methode

- häufig vorkommender Itemset X
- für jede Teilmenge A von X die Regel $A \Rightarrow (X - A)$ bilden
- Regeln streichen, die nicht die minimale Konfidenz haben
- Berechnung der Konfidenz einer Regel $A \Rightarrow (X - A)$

$$\text{konfidenz}(A \Rightarrow (X - A)) = \frac{\text{support}(X)}{\text{support}(A)}$$

- Speicherung der Frequent Itemsets mit ihrem Support in einer Hashtabelle
➔ keine Datenbankzugriffe

4.2 Interessantheit von Assoziationsregeln

Motivation

Aufgabenstellung

- Daten über das Verhalten von Schülern in einer Schule mit 5000 Schülern

Beispiel

- Itemsets mit Support:

60% der Schüler spielen Fußball, 75% der Schüler essen Schokoriegel

40% der Schüler spielen Fußball *und* essen Schokoriegel

- Assoziationsregeln:

„Spielt Fußball“ \Rightarrow „Ißt Schokoriegel“, Konfidenz = 67%

TRUE \Rightarrow „Ißt Schokoriegel“, Konfidenz = 75%



Fußball spielen und Schokoriegel essen sind *negativ korreliert*

4.2 Interessantheit von Assoziationsregeln

Aufgabenstellung

- Herausfiltern von irreführenden Assoziationsregeln

- Bedingung für eine Regel $A \Rightarrow B$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A)} > P(B) - d$$

für eine geeignete Konstante $d > 0$

- Maß für die „Interessantheit“ einer Regel

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A)} - P(B)$$

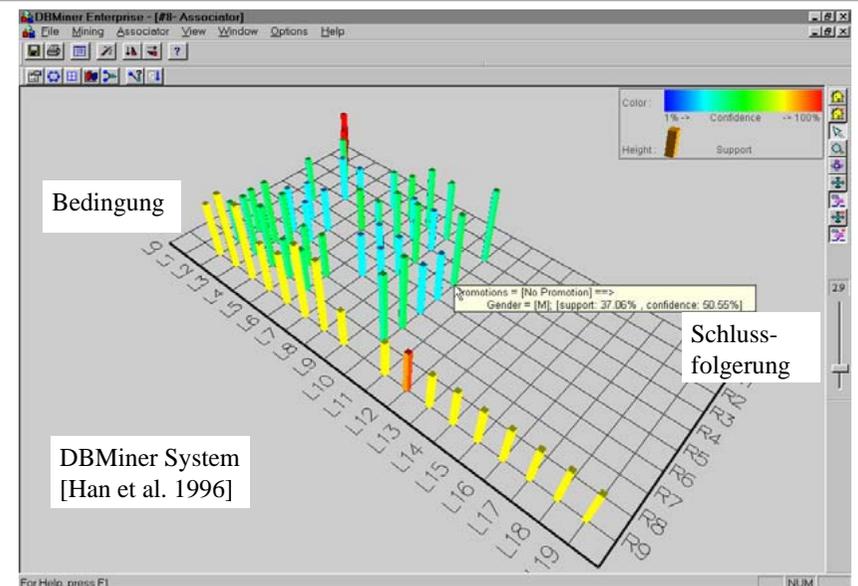
- Je größer der Wert für eine Regel ist, desto interessanter ist der durch die Regel ausgedrückte Zusammenhang zwischen A und B .

4.2 Präsentation von Assoziationsregeln

	Body	Implies	Head	Supp (%)	Conf (%)	F	G	H	I
1	cost(x) = 0.00-1000.00'	\Rightarrow	revenue(x) = 0.00-500.00'	28.45	40.4				
2	cost(x) = 0.00-1000.00'	\Rightarrow	revenue(x) = 500.00-1000.00'	20.46	29.05				
3	cost(x) = 0.00-1000.00'	\Rightarrow	order_qty(x) = 0.00-100.00'	59.17	84.04				
4	cost(x) = 0.00-1000.00'	\Rightarrow	revenue(x) = 1000.00-1500.00'	10.45	14.84				
5	cost(x) = 0.00-1000.00'	\Rightarrow	region(x) = 'United States'	22.56	32.04				
6	cost(x) = 1000.00-2000.00'	\Rightarrow	order_qty(x) = 0.00-100.00'	12.91	69.34				
7	order_qty(x) = 0.00-100.00'	\Rightarrow	revenue(x) = 0.00-500.00'	28.45	34.54				
8	order_qty(x) = 0.00-100.00'	\Rightarrow	cost(x) = 1000.00-2000.00'	12.91	15.67				
9	order_qty(x) = 0.00-100.00'	\Rightarrow	region(x) = 'United States'	25.9	31.45				
10	order_qty(x) = 0.00-100.00'	\Rightarrow	cost(x) = 0.00-1000.00'	59.17	71.86				
11	order_qty(x) = 0.00-100.00'	\Rightarrow	product_line(x) = 'Tents'	13.52	16.42				
12	order_qty(x) = 0.00-100.00'	\Rightarrow	revenue(x) = 500.00-1000.00'	19.67	23.88				
13	product_line(x) = 'Tents'	\Rightarrow	order_qty(x) = 0.00-100.00'	13.52	98.72				
14	region(x) = 'United States'	\Rightarrow	order_qty(x) = 0.00-100.00'	25.9	81.94				
15	region(x) = 'United States'	\Rightarrow	cost(x) = 0.00-1000.00'	22.56	71.39				
16	revenue(x) = 0.00-500.00'	\Rightarrow	cost(x) = 0.00-1000.00'	28.45	100				
17	revenue(x) = 0.00-500.00'	\Rightarrow	order_qty(x) = 0.00-100.00'	28.45	100				
18	revenue(x) = 1000.00-1500.00'	\Rightarrow	cost(x) = 0.00-1000.00'	10.45	96.75				
19	revenue(x) = 500.00-1000.00'	\Rightarrow	cost(x) = 0.00-1000.00'	20.46	100				
20	revenue(x) = 500.00-1000.00'	\Rightarrow	order_qty(x) = 0.00-100.00'	19.67	96.14				
21									
22									
23	cost(x) = 0.00-1000.00'	\Rightarrow	revenue(x) = 0.00-500.00' AND order_qty(x) = 0.00-100.00'	28.45	40.4				
24	cost(x) = 0.00-1000.00'	\Rightarrow	revenue(x) = 0.00-500.00' AND order_qty(x) = 0.00-100.00'	28.45	40.4				
25	cost(x) = 0.00-1000.00'	\Rightarrow	revenue(x) = 500.00-1000.00' AND order_qty(x) = 0.00-100.00'	19.67	27.93				
26	cost(x) = 0.00-1000.00'	\Rightarrow	revenue(x) = 500.00-1000.00' AND order_qty(x) = 0.00-100.00'	19.67	27.93				
27	cost(x) = 0.00-1000.00' AND order_qty(x) = 0.00-100.00'	\Rightarrow	revenue(x) = 500.00-1000.00'	19.67	33.23				

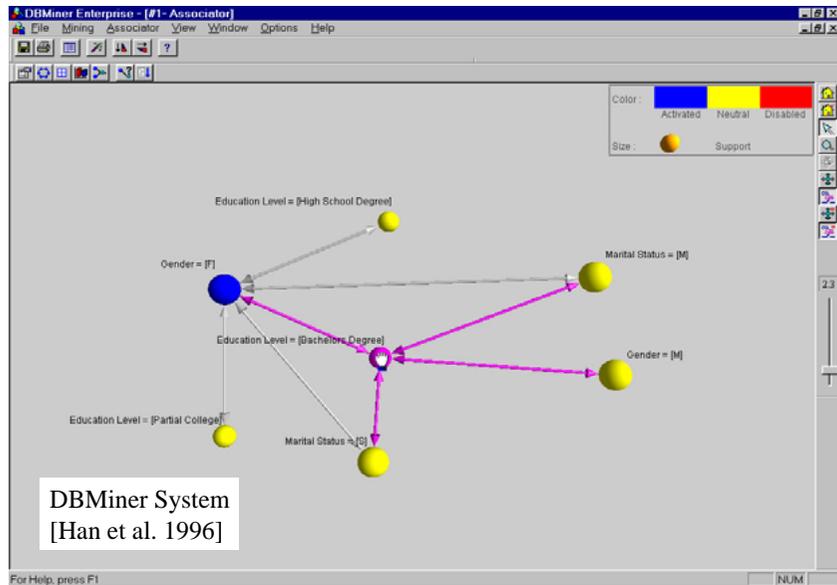
DBMiner System
[Han et al. 1996]

4.2 Präsentation von Assoziationsregeln



DBMiner System
[Han et al. 1996]

4.2 Präsentation von Assoziationsregeln



4.2 Constraints für Assoziationsregeln

Motivation

- zu viele Frequent Item Sets
Effizienzproblem
- zu viele Assoziationsregeln
Evaluationsproblem
- manchmal Constraints apriori bekannt
„nur Assoziationsregeln mit Produkt A aber ohne Produkt B“
„nur Assoziationsregeln mit Gesamtpreis > 100 der enthaltenen Produkte“
➡ Constraints an die Frequent Itemsets

4.2 Constraints für Assoziationsregeln

Typen von Constraints

[Ng, Lakshmanan, Han & Pang 1998]

Domain Constraint

- $S\theta v$, $\theta \in \{=, \neq, <, \leq, >, \geq\}$, z.B. $S.Preis < 100$
- $v\theta S$, $\theta \in \{\in, \notin\}$, z.B. $Snacks \notin S.Type$
- $V\theta S$ oder $S\theta V$, $\theta \in \{\subseteq, \subset, \not\subseteq, =, \neq\}$, z.B. $\{Snacks, Weine\} \subseteq S.Type$

Aggregations Constraint

$agg(S) \theta v$ mit

- $agg \in \{min, max, sum, count, avg\}$
- $\theta \in \{=, \neq, <, \leq, >, \geq\}$

z.B. $count(S1.Type) = 1$,
 $avg(S2.Preis) > 100$

4.2 Constraints für Assoziationsregeln

Anwendung der Constraints

Bei der Bestimmung der Assoziationsregeln

- löst das Evaluationsproblem
- nicht aber das Effizienzproblem

Bei der Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

- löst evtl. auch das Effizienzproblem
- Frage bei der Kandidatengenerierung:



welche Itemsets kann man mit Hilfe der Constraints ausschließen?

4.2 Constraints für Assoziationsregeln

Anti-Monotonie

Definition

Wenn eine Menge S ein anti-monotones Constraint C verletzt, dann verletzt auch jede Obermenge von S dieses Constraint.

Beispiele

- $sum(S.Preis) \leq v$ ist anti-monoton
- $sum(S.Preis) \geq v$ ist *nicht* anti-monoton
- $sum(S.Preis) = v$ ist *teilweise* anti-monoton

Anwendung

➡ baue anti-monotone Constraints in die Kandidatengenerierung ein

4.2 Constraints für Assoziationsregeln

Typen von Constraints

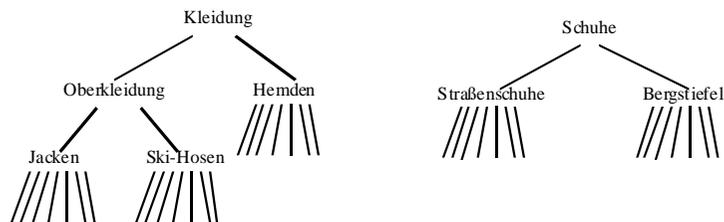
$S \theta v, \theta \in \{=, \leq, \geq\}$	ja
$v \in S$	nein
$S \supseteq V$	nein
$S \subseteq V$	ja
$S = V$	teilweise
$\min(S) \leq v$	nein
$\min(S) \geq v$	ja
$\min(S) = v$	teilweise
$\max(S) \leq v$	ja
$\max(S) \geq v$	nein
$\max(S) = v$	teilweise
$\text{count}(S) \leq v$	ja
$\text{count}(S) \geq v$	nein
$\text{count}(S) = v$	teilweise
$\text{sum}(S) \leq v$	ja
$\text{sum}(S) \geq v$	nein
$\text{sum}(S) = v$	teilweise
$\text{avg}(S) \theta v, \theta \in \{=, \leq, \geq\}$	nein
(frequent constraint)	(ja)

anti-monoton?

4.3 Hierarchische Assoziationsregeln

Motivation

- in vielen Anwendungen: Item-Taxonomien (*is-a* Hierarchien)



- suche auch Assoziationsregeln zwischen abstrakteren Items

z.B. zwischen Warengruppen

➡ wesentlich höherer Support

4.3 Hierarchische Assoziationsregeln

Motivation

Beispiel

$Ski-Hosen \Rightarrow Bergstiefel$
 $Jacken \Rightarrow Bergstiefel$

} Support < minsup

$Oberkleidung \Rightarrow Bergstiefel$

Support > minsup

Eigenschaften

- Support von „Oberkleidung \Rightarrow Bergstiefel“ nicht unbedingt gleich
Support von „Jacken \Rightarrow Bergstiefel“ + Support von „Ski-Hosen \Rightarrow Bergstiefel“
- wenn „Oberkleidung \Rightarrow Bergstiefel“ minimalen Support besitzt, dann auch „Kleidung \Rightarrow Bergstiefel“

4.3 Hierarchische Assoziationsregeln

Grundbegriffe [Srikant & Agrawal 1995]

- $I = \{i_1, \dots, i_m\}$ eine Menge von Literalen, genannt „Items“
- H ein gerichteter azyklischer Graph über der Menge von Literalen I
- Kante in H von i nach j :
 - i ist eine Verallgemeinerung von j ,
 - i heißt Vater oder direkter Vorgänger von j ,
 - j heißt Sohn oder direkter Nachfolger von i .
- \bar{x} heißt Vorfahre von x (x Nachfahre von \bar{x}) bezüglich H :
 - es gibt einen Pfad von \bar{x} nach x in H
- Menge von Items \bar{Z} heißt Vorfahre einer Menge von Items Z :
 - mindestens ein Item in \bar{Z} Vorfahre eines Items in Z

4.3 Hierarchische Assoziationsregeln

Grundbegriffe

- D eine Menge von Transaktionen T , wobei $T \subseteq I$
- typischerweise:
 - die Transaktionen T enthalten nur Items aus den Blättern des Graphen H
- Transaktion T unterstützt ein Item $i \in I$:
 - i in T enthalten ist oder i ein Vorfahre eines Items, das in T enthalten ist
- T unterstützt eine Menge $X \subseteq I$ von Items:
 - T unterstützt jedes Item in X
- Support einer Menge $X \subseteq I$ von Items in D :
 - Prozentsatz der Transaktionen in D , die X unterstützen

4.3 Hierarchische Assoziationsregeln

Grundbegriffe

- hierarchische Assoziationsregel:
 - $X \Rightarrow Y$ mit $X \subseteq I, Y \subseteq I, X \cap Y = \emptyset$
 - kein Item in Y ist Vorfahre eines Items in X bezüglich H
- Support s einer hierarchischen Assoziationsregel $X \Rightarrow Y$ in D :
 - Support der Menge $X \cup Y$ in D
- Konfidenz c einer hierarchischen Assoziationsregel $X \Rightarrow Y$ in D :
 - Prozentsatz der Transaktionen, die auch die Menge Y unterstützen in der Teilmenge aller Transaktionen, welche die Menge X unterstützen

4.3 Hierarchische Assoziationsregeln

Beispiel

TransaktionsID	Items
1	Hemd
2	Jacke, Bergstiefel
3	Ski-Hose, Bergstiefel
4	Straßenschuhe
5	Straßenschuhe
6	Jacke

Support von {Kleidung}: 4 von 6 = 67%

Support von {Kleidung, Bergstiefel}: 2 von 6 = 33%

„Schuhe \Rightarrow Kleidung“: Support 33%, Konfidenz 50%

„Bergstiefel \Rightarrow Kleidung“: Support 33%, Konfidenz 100%

4.3 Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

Grundidee

- Erweiterung der Transaktionen der Datenbank um alle Vorfahren von enthaltenen Items
- Methode
 - jedes Item in einer Transaktion T wird zusammen mit all seinen Vorfahren bezüglich H in eine neue Transaktion T' eingefügt
 - es werden keine Duplikate eingefügt
- Bleibt zu tun:
Finden von Frequent Itemsets für einfache Assoziationsregeln (Apriori-Algorithmus)

➡ *Basisalgorithmus* für hierarchische Assoziationsregeln

4.3 Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

Optimierungen des Basisalgorithmus

Vorbereitung von Vorfahren

- zusätzliche Datenstruktur H
Item \rightarrow Liste aller seiner Vorfahren
- effizienterer Zugriff auf alle Vorfahren eines Items

Filtern der hinzuzufügenden Vorfahren

- nur diejenigen Vorfahren zu einer Transaktion hinzufügen, die in einem Element der Kandidatenmenge C_k des aktuellen Durchlaufs auftreten
- Beispiel: $C_k = \{\{\text{Kleidung, Schuhe}\}\}$
„JackedXY“ durch „Kleidung“ ersetzen

4.3 Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

Optimierungen des Basisalgorithmus

Ausschließen redundanter Itemsets

- Sei X ein k -Itemset, i ein Item und \bar{i} ein Vorfahre von i .
- $X = \{i, \bar{i}, \dots\}$
- Support von $X - \{i\} = \text{Support von } X$
- X kann bei der Kandidatengenerierung ausgeschlossen werden.
- Man braucht kein k -Itemset zu zählen, das sowohl ein Item i als auch einen Vorfahren \bar{i} von i enthält.

➡ Algorithmus *Cumulate*

4.3 Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

Stratifikation

- Alternative zum Basis-Algorithmus (Apriori-Algorithmus)
- Stratifikation = Schichtenbildung der Mengen von Itemsets
- Grundlage
 -  Itemset \bar{X} hat keinen minimalen Support und \bar{X} ist Vorfahre von X :
 X hat keinen minimalen Support.
- Methode
 - nicht mehr alle Itemsets einer bestimmten Länge k auf einmal zählen
 - sondern erst die allgemeineren Itemsets zählen
und die spezielleren Itemsets nur zählen, wenn nötig

4.3 Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

Stratifikation

Beispiel

$C_k = \{ \{ \text{Kleidung Schuhe} \}, \{ \text{Oberkleidung Schuhe} \}, \{ \text{Jacken Schuhe} \} \}$

zuerst den Support für {Kleidung Schuhe} bestimmen

nur dann den Support für {Oberkleidung Schuhe} bestimmen,
wenn {Kleidung Schuhe} minimalen Support hat

Begriffe

- *Tiefe* eines Itemsets:

Für Itemsets X aus einer Kandidatenmenge C_k ohne direkten Vorfahren in C_k :
 $Tiefe(X) = 0$.

Für alle anderen Itemsets X in C_k :

$Tiefe(X) = \max\{Tiefe(\bar{X}) \mid \bar{X} \in C_k \text{ ist direkter Vorfahre von } X\} + 1$.

- (C_k^n) : Menge der Itemsets der Tiefe n aus C_k , $0 \leq n \leq$ maximale Tiefe t

4.3 Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

Stratifikation

Algorithmus *Stratify*

- Zählen der Itemsets aus C_k^0
- Löschung aller Nachfahren von Elementen aus (C_k^0) , die keinen minimalen Support haben
- Zählen der übriggebliebenen Elemente aus (C_k^1)
- und so weiter . . .

 Tradeoff zwischen Anzahl der Itemsets, für die Support auf einmal gezählt wird und der Anzahl von Durchläufen durch die Datenbank

 $|C_k^n|$ klein, dann Kandidaten der Tiefen $(n, n+1, \dots, t)$ auf einmal zählen

4.3 Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

Stratifikation

Problem von *Stratify*

falls sehr viele Itemsets mit kleiner Tiefe den minimalen Support haben:

Ausschluß nur weniger Itemsets größerer Tiefe

Verbesserungen von *Stratify*

- Schätzen des Supports aller Itemsets in C_k mit einer Stichprobe
- C_k' : alle Itemsets, von denen man aufgrund der Stichprobe erwartet, daß sie oder zumindest alle ihre Vorfahren in C_k minimalen Support haben
- Bestimmung des tatsächlichen Supports der Itemsets in C_k' in einem Datenbankdurchlauf
- Entfernen aller Nachfahren von Elementen in C_k' , die keinen minimalen Support haben, aus der Menge C_k'' , $C_k'' = C_k - C_k'$
- Bestimmen des Supports der übriggebliebenen Itemsets in C_k'' in einem zweiten Datenbankdurchlauf

4.3 Bestimmung der häufig auftretenden Itemsets

Experimentelle Untersuchung

Testdaten

- Supermarktdaten
548000 Items, Item-Hierarchie mit 4 Ebenen, 1,5 Mio. Transaktionen
- Kaufhausdaten
228000 Items, Item-Hierarchie mit 7 Ebenen, 570000 Transaktionen

Ergebnisse

- Optimierungen von *Cumulate* und Stratifikation können kombiniert werden
- die Optimierungen von *Cumulate* bringen eine starke Effizienzverbesserung
- die Stratifikation bringt nur noch einen kleinen zusätzlichen Vorteil

4.3 Interessantheit hierarchischer Assoziationsregeln

Grundbegriffe

- $\bar{X} \Rightarrow \bar{Y}$ ist *Vorfahre* von $X \Rightarrow Y$:
das Itemset \bar{X} ist Vorfahre des Itemsets X ist und/oder das Itemset \bar{Y} ist ein Vorfahre der Menge Y
- $\bar{X} \Rightarrow \bar{Y}$ *direkter Vorfahre* von $X \Rightarrow Y$ in einer Menge von Regeln:
 $\bar{X} \Rightarrow \bar{Y}$ ist Vorfahre von $X \Rightarrow Y$, und es existiert keine Regel $X' \Rightarrow Y'$, so daß $X' \Rightarrow Y'$ Vorfahre von $X \Rightarrow Y$ und $\bar{X} \Rightarrow \bar{Y}$ ein Vorfahre von $X' \Rightarrow Y'$ ist
- hierarchische Assoziationsregel $X \Rightarrow Y$ heißt *R-interessant*:
hat keine direkten Vorfahren oder
tatsächlicher Support > dem R -fachen des erwarteten Supports
tatsächliche Konfidenz > dem R -fachen der erwarteten Konfidenz

4.3 Interessantheit hierarchischer Assoziationsregeln

Beispiel

Item	Support
Kleidung	20
Oberkleidung	10
Jacken	4

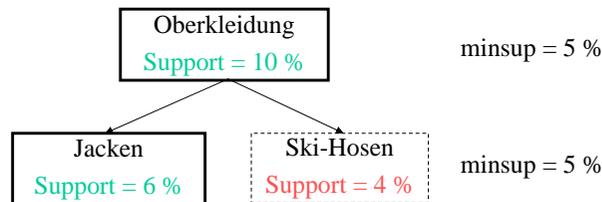
$R = 2$

Regel-Nr	Regel	Support	R-interessant?
1	Kleidung \Rightarrow Schuhe	10	ja, kein Vorfahre
2	Oberkleidung \Rightarrow Schuhe	9	ja, Support $\approx R$ * erwarteter Support (in Bezug auf Regel 1)
3	Jacken \Rightarrow Schuhe	4	nein, Support < R * erwarteter Support (in Bezug auf Regel 2)

4.3 Hierarchische Assoziationsregeln

Bestimmung von minsup

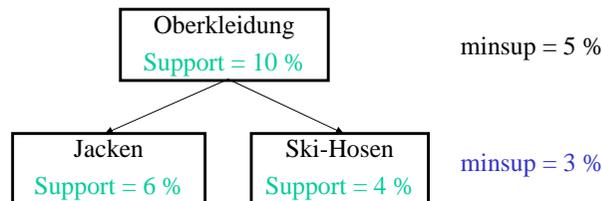
Fester Support



minsup = 5 %

minsup = 5 %

Variabler Support



minsup = 5 %

minsup = 3 %

4.3 Hierarchische Assoziationsregeln

Diskussion

Fester Support

- gleicher Wert für *minsup* auf allen Ebenen der Item-Taxonomie
- + Effizienz: Ausschluß von Nachfahren nicht-häufiger Itemsets
- beschränkte Effektivität
 $minsup$ zu hoch \Rightarrow keine Low-Level-Assoziationen
 $minsup$ zu niedrig \Rightarrow zu viele High-Level-Assoziationen

Variabler Support

- unterschiedlicher Wert für *minsup* je nach Ebene der Item-Taxonomie
- + gute Effektivität
Finden von Assoziationsregeln mit der Ebene angepaßtem Support
- Ineffizienz: kein Ausschluß von Nachfahren nicht-häufiger Itemsets

4.4 Quantitative Assoziationsregeln

Motivation

- Bisher: nur Assoziationsregeln für *boolesche* Attribute
- Jetzt: auch *numerische* Attribute

ID	Alter	Fam.stand	# Autos
1	23	ledig	0
2	38	verheiratet	2

ursprüngliche Datenbank

ID	Alter:20..29	Alter:30..39	Fam.stand:ledig	Fam.stand:verheiratet	...
1	1	0	1	0	...
2	0	1	0	1	...

boolesche Datenbank

4.4 Quantitative Assoziationsregeln

Lösungsansätze

Statische Diskretisierung

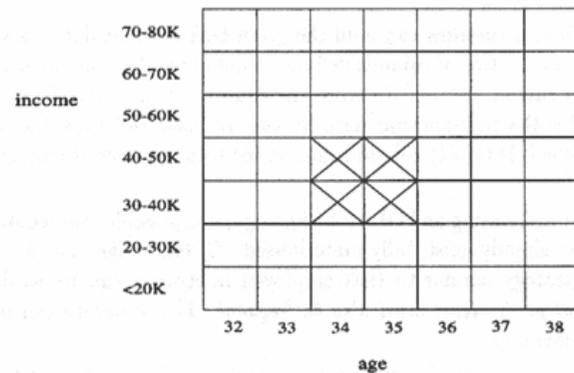
- Diskretisierung aller Attribute *vor* dem Bestimmen von Assoziationsregeln
z.B. mit Hilfe einer Konzeptionshierarchie pro Attribut
- Ersetzung numerischer Attributwerte durch Bereiche / Intervalle

Dynamische Diskretisierung

- Diskretisierung der Attribute *beim* Bestimmen von Assoziationsregeln
Ziel z.B. Maximierung der Konfidenz
- Zusammenfassen "benachbarter" Assoziationsregeln zu einer verallgemeinerten Regel

4.4 Quantitative Assoziationsregeln

Beispiel



$\text{age}(X, "34-35") \wedge \text{income}(X, "30K - 50K") \Rightarrow \text{buys}(X, "high resolution TV")$

4.4 Quantitative Assoziationsregeln

Grundbegriffe [Srikant & Agrawal 1996a]

- $I = \{i_1, \dots, i_m\}$ eine Menge von Literalen, genannt „Attribute“
- $I_V = I \times \text{IN}^+$ eine Menge von *Attribut-Wert-Paaren*
- D eine Menge von *Datensätzen* $R, R \subseteq I_V$
jedes Attribut darf höchstens einmal in einem Datensatz vorkommen
- $I_R = \{ \langle x, u, o \rangle \in I \times \text{IN}^+ \times \text{IN}^+ \mid u \leq o \}$
 $\langle x, u, o \rangle$: ein Attribut x mit einem zugehörigen Intervall von Werten $[u..o]$
- $\text{Attribute}(X)$ für $X \subseteq I_R$: die Menge $\{x \mid \langle x, u, o \rangle \in X\}$

4.4 Quantitative Assoziationsregeln

Grundbegriffe

- *quantitative Items*: die Elemente aus I_R
quantitatives Itemset: Menge $X \subseteq I_R$
- Datensatz R *unterstützt* eine Menge $X \subseteq I_R$:
zu jedem $\langle x, u, o \rangle \in X$ gibt es ein Paar $\langle x, v \rangle \in R$ mit $u \leq v \leq o$
- *Support der Menge X in D* für ein quantitatives Itemset X :
Prozentsatz der Datensätze in D , die X unterstützen
- *quantitative Assoziationsregel*:
 $X \Rightarrow Y$ mit $X \subseteq I_R, Y \subseteq I_R$ und $\text{Attribute}(X) \cap \text{Attribute}(Y) = \emptyset$

4.4 Quantitative Assoziationsregeln

Grundbegriffe

- *Support s einer quantitativen Assoziationsregel $X \Rightarrow Y$ in D* :
Support der Menge $X \cup Y$ in D
 - *Konfidenz c einer quantitativen Assoziationsregel $X \Rightarrow Y$ in D* :
Prozentsatz der Datensätze, die die Menge Y unterstützen in der Teilmenge aller Datensätze, welche auch die Menge X unterstützen
 - Itemset \bar{X} heißt *Verallgemeinerung* eines Itemsets X (X *Spezialisierung* von \bar{X}):
 1. X und \bar{X} enthalten die gleichen Attribute
 2. die Intervalle in den Elementen von X sind vollständig in den entsprechenden Intervallen von \bar{X} enthalten
-  Entsprechung zu „Vorfahre“ und „Nachfahre“ im Fall von Itemtaxonomien

4.4 Quantitative Assoziationsregeln

Methode

- Diskretisierung numerischer Attribute
Wahl geeigneter Intervalle
Erhaltung der ursprünglichen Ordnung der Intervalle
- Transformation kategorischer Attribute auf aufeinanderfolgende ganze Zahlen
- Transformation der Datensätze in D
gemäß der Transformation der Attribute
- Bestimmung des Supports für jedes einzelne Attribut-Wert-Paar in D

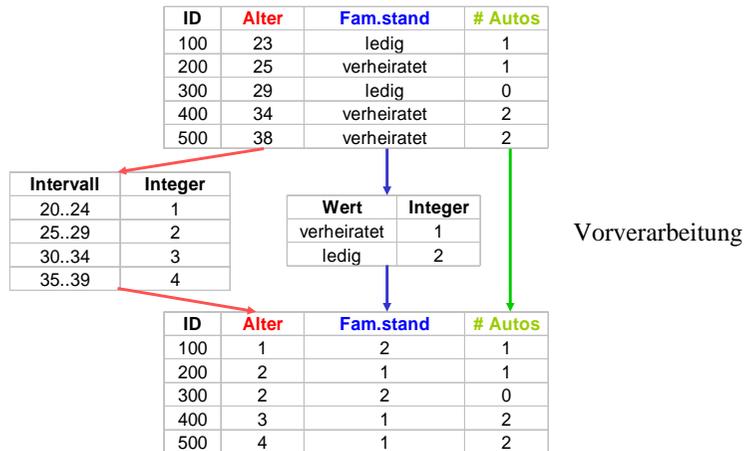
4.4 Quantitative Assoziationsregeln

Methode

- Zusammenfassung „benachbarter Attributwerte“ zu Intervallen
solange der Support der entstehenden Intervalle kleiner ist als *maxsup*
 häufig vorkommende 1-Itemsets
- Finden aller häufig auftretenden quantitativen Itemsets
Variante des Apriori-Algorithmus
- Bestimmen quantitativer Assoziationsregeln
aus häufig auftretenden Itemsets
- Entfernen aller uninteressanten Regeln
Entfernen aller Regeln, deren Interessantheit kleiner ist als *min-interst*
ähnliches Interessantheitsmaß wie bei hierarchischen Assoziationsregeln

4.4 Quantitative Assoziationsregeln

Beispiel



4.4 Quantitative Assoziationsregeln

Beispiel

ID	Alter	Fam.stand	# Autos
100	23	ledig	1
200	25	verheiratet	1
300	29	ledig	0
400	34	verheiratet	2
500	38	verheiratet	2

Itemset	Support
(<Alter: 20..29>)	3
(<Alter: 30..39>)	2
(<Fam.stand: verheiratet>)	3
(<Fam.stand: ledig>)	2
(<#Autos: 0..1>)	3
(<Alter: 30..39> <Fam.stand: verheiratet>)	2
...	...

Data Mining

Itemset	Support	Konfidenz
<Alter: 30..39> und <Fam.stand: verheiratet> --> <#Autos: 2>	40%	100%
<Alter: 20..29> --> <#Autos: 0..1>	60%	67%

4.4 Quantitative Assoziationsregeln

Partitionierung numerischer Attribute

Probleme

- Minimaler Support
zu viele Intervalle → zu kleiner Support für jedes einzelne Intervall
- Minimale Konfidenz
zu wenig Intervalle → zu kleine Konfidenz der Regeln

Lösung

- Zerlegung des Wertebereichs in viele Intervalle
- Zusätzliche Berücksichtigung aller Bereiche, die durch Verschmelzen benachbarter Intervalle entstehen



durchschnittlich $O(n^2)$ viele Bereiche, die einen bestimmten Wert enthalten