

# Grundlagen des relationalen Modells

Seien  $D_1, D_2, \dots, D_n$  Domänen (Wertebereiche, Mengen)

- Eine *Relation* ist eine Teilmenge  $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$

*Bsp.: Telefonbuch*  $\subseteq$  *string*  $\times$  *string*  $\times$  *integer*

- Ein *Tupel* ist jedes Element  $t \in R$  von  $R$

*Bsp.: t = („Mickey Mouse“, „Main Street“, 4711)*

- *Schema*: legt die Struktur der gespeicherten Daten fest

*Bsp.:*

*Telefonbuch: {[Name: string, Adresse: string, Telefon#:integer]}*

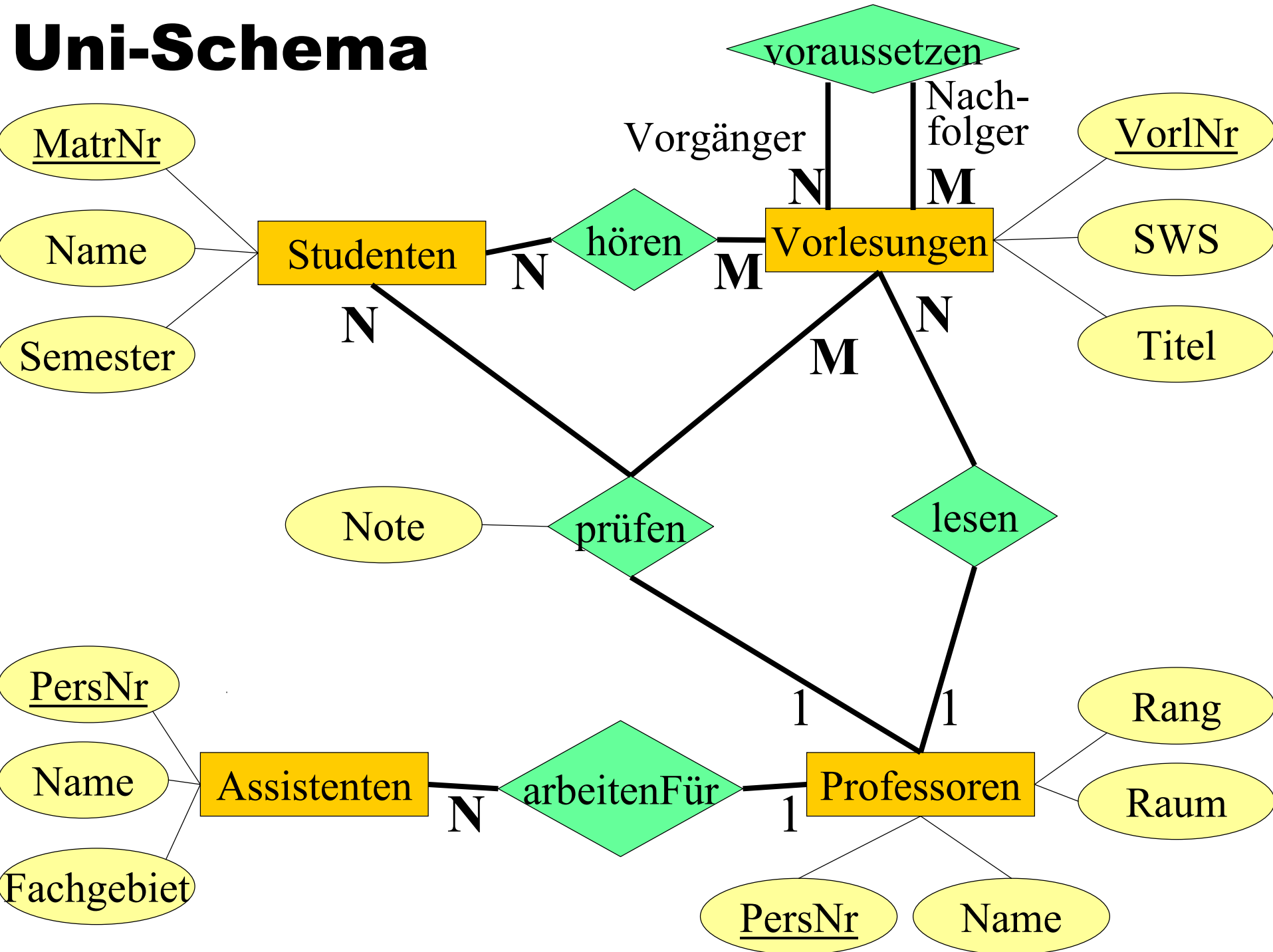
| Telefonbuch  |             |                 |
|--------------|-------------|-----------------|
| Name         | Straße      | <u>Telefon#</u> |
| Mickey Mouse | Main Street | 4711            |
| Mini Mouse   | Broadway    | 94725           |
| Donald Duck  | Broadway    | 95672           |
| ...          | ...         | ...             |

- **Ausprägung:** der aktuelle Zustand der Datenbasis
- **Schlüssel:** minimale Menge von Attributen, deren Werte ein Tupel eindeutig identifizieren
- **Primärschlüssel:** wird unterstrichen
  - Einer der Schlüsselkandidaten wird als Primärschlüssel ausgewählt
  - Hat eine besondere Bedeutung bei der Referenzierung von Tupeln

| <b>Telefonbuch</b> |               |                        |
|--------------------|---------------|------------------------|
| <b>Name</b>        | <b>Straße</b> | <b><u>Telefon#</u></b> |
| Mickey Mouse       | Main Street   | 4711                   |
| Mini Mouse         | Broadway      | 94725                  |
| Donald Duck        | Broadway      | 95672                  |
| ...                | ...           | ...                    |

- Die Festlegung eines (Primär-)Schlüssels ist eine Designentscheidung.
- Bei einer gegebenen Datenbank wird dann bei einer Konsistenzprüfung überprüft, ob sie dieser Einschränkung gehorcht.

# Uni-Schema



# Relationale Darstellung von Entitytypen

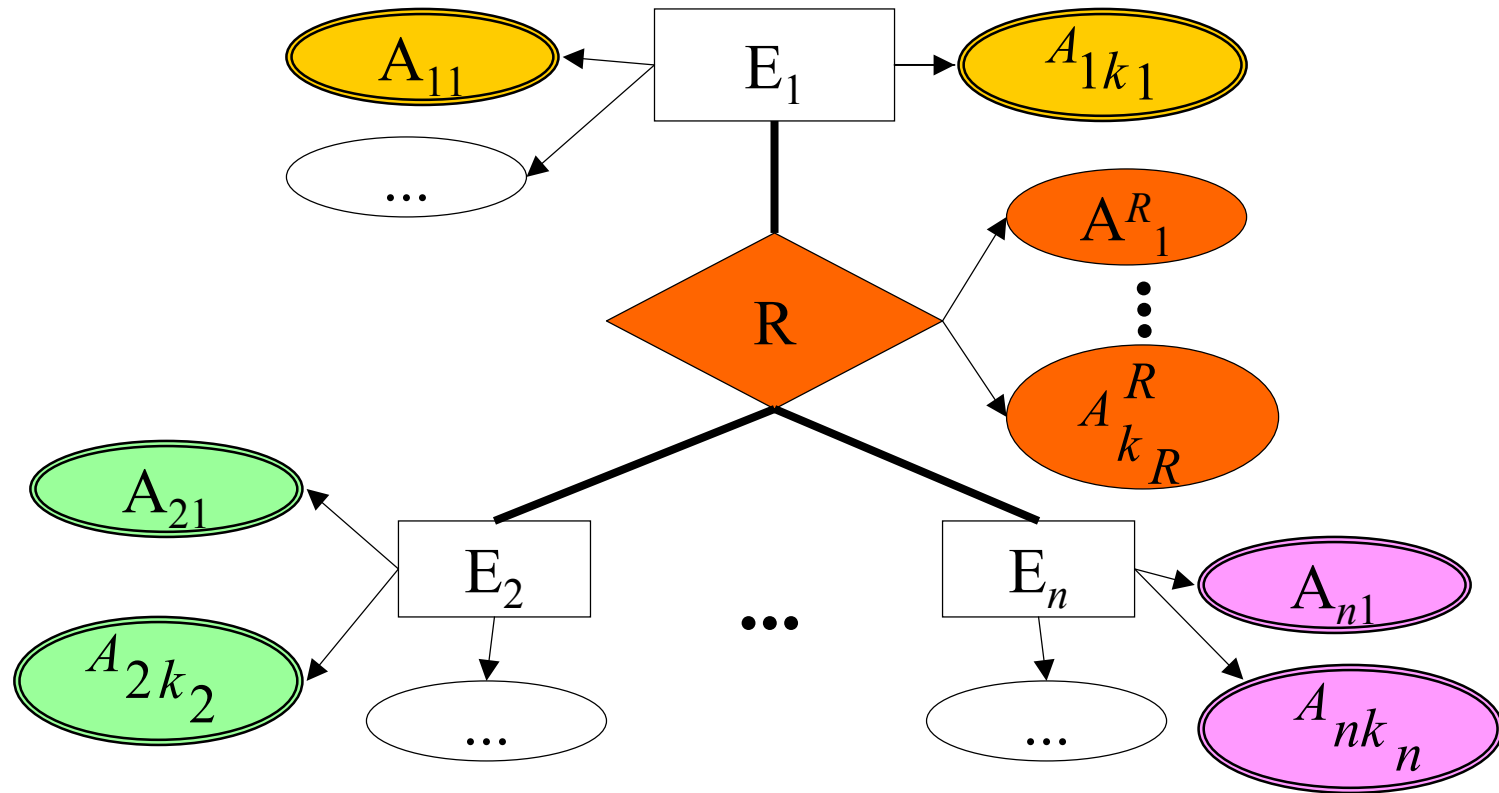
**Studenten:** {[MatrNr:integer, *Name: string*, *Semester: integer*]}

**Vorlesungen:** {[VorlNr:integer, *Titel: string*, *SWS: integer*]}

**Professoren:** {[PersNr:integer, *Name: string*, *Rang: string*,  
*Raum: integer*]}

**Assistenten:** {[PersNr:integer, *Name: string*, *Fachgebiet: string*]}

# Relationale Darstellung von Beziehungen



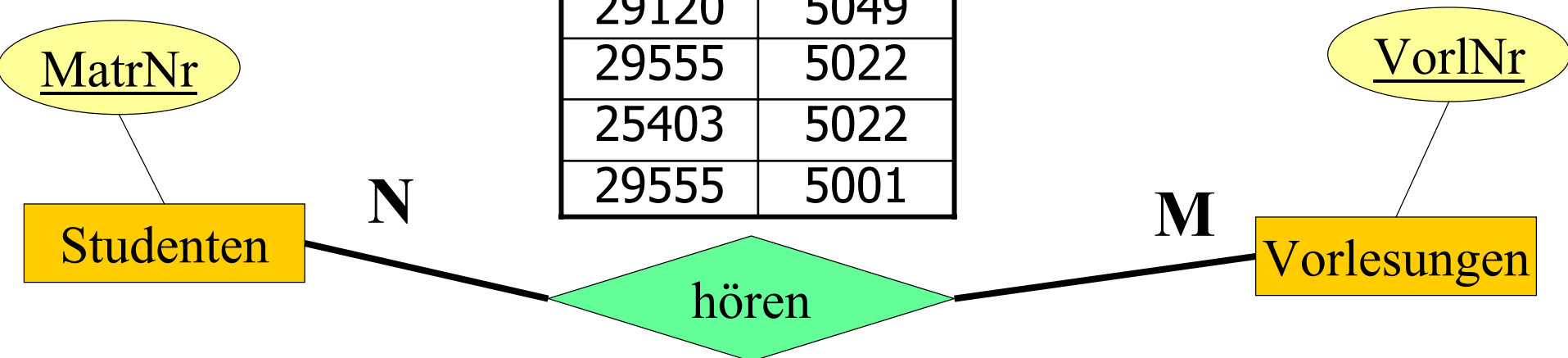
$$R: \left\{ \underbrace{[A_{11}, \dots, A_{1k_1}]}_{\text{Schlüssel von } E_1}, \underbrace{[A_{21}, \dots, A_{2k_2}]}_{\text{Schlüssel von } E_2}, \dots, \underbrace{[A_{n1}, \dots, A_{nk_n}]}_{\text{Schlüssel von } E_n}, \underbrace{[A_1^R, \dots, A_{k_R}^R]}_{\text{Attribute von } R} \right\}$$

# Ausprägung der Beziehung *hören*

| Studenten     |     |
|---------------|-----|
| <i>MatrNr</i> | ... |
| 26120         | ... |
| 27550         | ... |
| ...           | ... |

| hören  |        |
|--------|--------|
| MatrNr | VorlNr |
| 26120  | 5001   |
| 27550  | 5001   |
| 27550  | 4052   |
| 28106  | 5041   |
| 28106  | 5052   |
| 28106  | 5216   |
| 28106  | 5259   |
| 29120  | 5001   |
| 29120  | 5041   |
| 29120  | 5049   |
| 29555  | 5022   |
| 25403  | 5022   |
| 29555  | 5001   |

| Vorlesungen   |     |
|---------------|-----|
| <i>VorlNr</i> | ... |
| 5001          | ... |
| 4052          | ... |
| ...           | ... |



# Beziehungen unseres Beispiel-Schemas

**hören** : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer]}

**lesen** : {[PersNr: integer, VorlNr: integer]}

**arbeitenFür** : {[AssistentenPersNr: integer, ProfPersNr: integer]}

**voraussetzen** : {[Vorgänger: integer, Nachfolger: integer]}

**prüfen** : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer, PersNr: integer,  
Note: decimal]}



# Schlüssel der Relationen

**hören** : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer]}

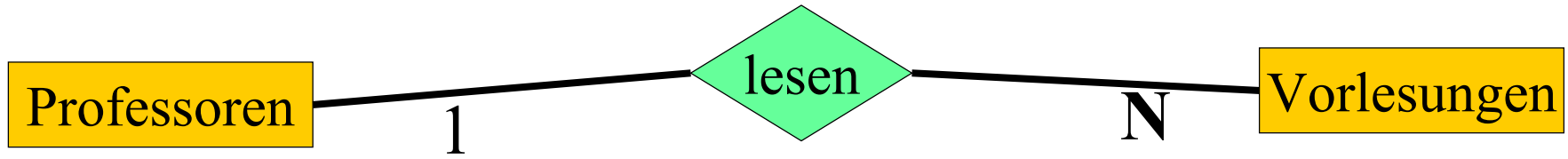
**lesen** : {[PersNr: integer, VorlNr: integer]}

**arbeitenFür** : {[AssistentenPersNr: integer, ProfPersNr: integer]}

**voraussetzen** : {[Vorgänger: integer, Nachfolger: integer]}

**prüfen** : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer, PersNr: integer,  
Note: decimal]}

# Verfeinerung des relationalen Schemas



## 1:N-Beziehung

- Initial-Entwurf

***Vorlesungen*** : {[Vor/Nr, Titel, SWS]} 1

***Professoren*** : {[PersNr, Name, Rang, Raum]}

***lesen***: {[Vor/Nr, PersNr]}

# Verfeinerung des relationalen Schemas

## 1:N-Beziehung

- Initial-Entwurf

***Vorlesungen*** : {[VorlNr, Titel, SWS]}

***Professoren*** : {[PersNr, Name, Rang, Raum]}

***lesen***: {[VorlNr, PersNr]}

- Verfeinerung durch Zusammenfassung

***Vorlesungen*** : {[VorlNr, Titel, SWS, *gelesenVon*]}

***Professoren*** : {[PersNr, Name, Rang, Raum]}

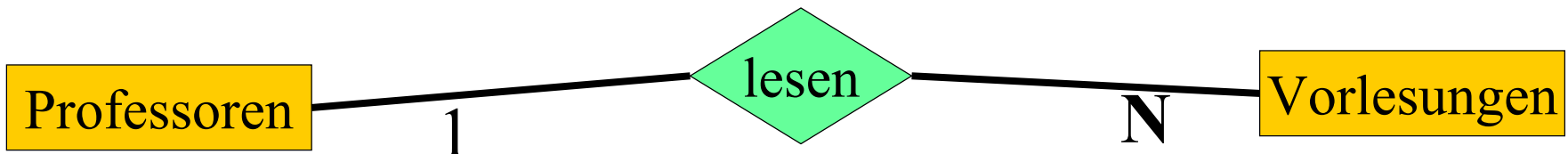
## Regel

Relationen mit gleichem Schlüssel kann man zusammenfassen  
**aber nur diese und keine anderen!**

# Ausprägung von *Professoren* und *Vorlesung*

| Professoren |            |      |      |
|-------------|------------|------|------|
| PersNr      | Name       | Rang | Raum |
| 2125        | Sokrates   | C4   | 226  |
| 2126        | Russel     | C4   | 232  |
| 2127        | Kopernikus | C3   | 310  |
| 2133        | Popper     | C3   | 52   |
| 2134        | Augustinus | C3   | 309  |
| 2136        | Curie      | C4   | 36   |
| 2137        | Kant       | C4   | 7    |

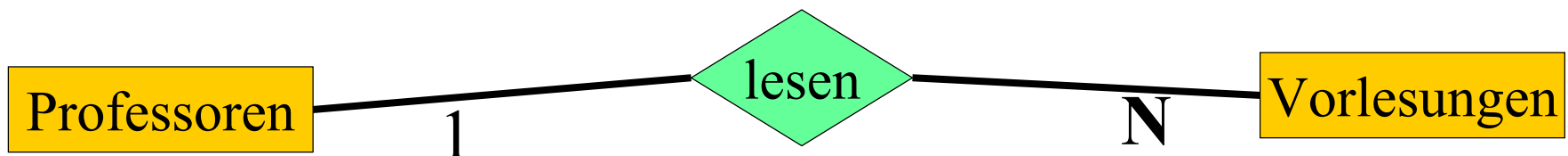
| Vorlesungen |                      |     |             |
|-------------|----------------------|-----|-------------|
| VorlNr      | Titel                | SWS | Gelesen Von |
| 5001        | Grundzüge            | 4   | 2137        |
| 5041        | Ethik                | 4   | 2125        |
| 5043        | Erkenntnistheorie    | 3   | 2126        |
| 5049        | Mäeutik              | 2   | 2125        |
| 4052        | Logik                | 4   | 2125        |
| 5052        | Wissenschaftstheorie | 3   | 2126        |
| 5216        | Bioethik             | 2   | 2126        |
| 5259        | Der Wiener Kreis     | 2   | 2133        |
| 5022        | Glaube und Wissen    | 2   | 2134        |
| 4630        | Die 3 Kritiken       | 4   | 2137        |



# Vorsicht: So geht es NICHT

| Professoren |            |      |      |       |
|-------------|------------|------|------|-------|
| PersNr      | Name       | Rang | Raum | liest |
| 2125        | Sokrates   | C4   | 226  | 5041  |
| 2125        | Sokrates   | C4   | 226  | 5049  |
| 2125        | Sokrates   | C4   | 226  | 4052  |
| ...         | ...        | ...  | ...  | ...   |
| 2134        | Augustinus | C3   | 309  | 5022  |
| 2136        | Curie      | C4   | 36   | ??    |
|             |            |      |      |       |

| Vorlesungen |                      |     |
|-------------|----------------------|-----|
| VorlNr      | Titel                | SWS |
| 5001        | Grundzüge            | 4   |
| 5041        | Ethik                | 4   |
| 5043        | Erkenntnistheorie    | 3   |
| 5049        | Mäeutik              | 2   |
| 4052        | Logik                | 4   |
| 5052        | Wissenschaftstheorie | 3   |
| 5216        | Bioethik             | 2   |
| 5259        | Der Wiener Kreis     | 2   |
| 5022        | Glaube und Wissen    | 2   |
| 4630        | Die 3 Kritiken       | 4   |



# Vorsicht: So geht es NICHT:

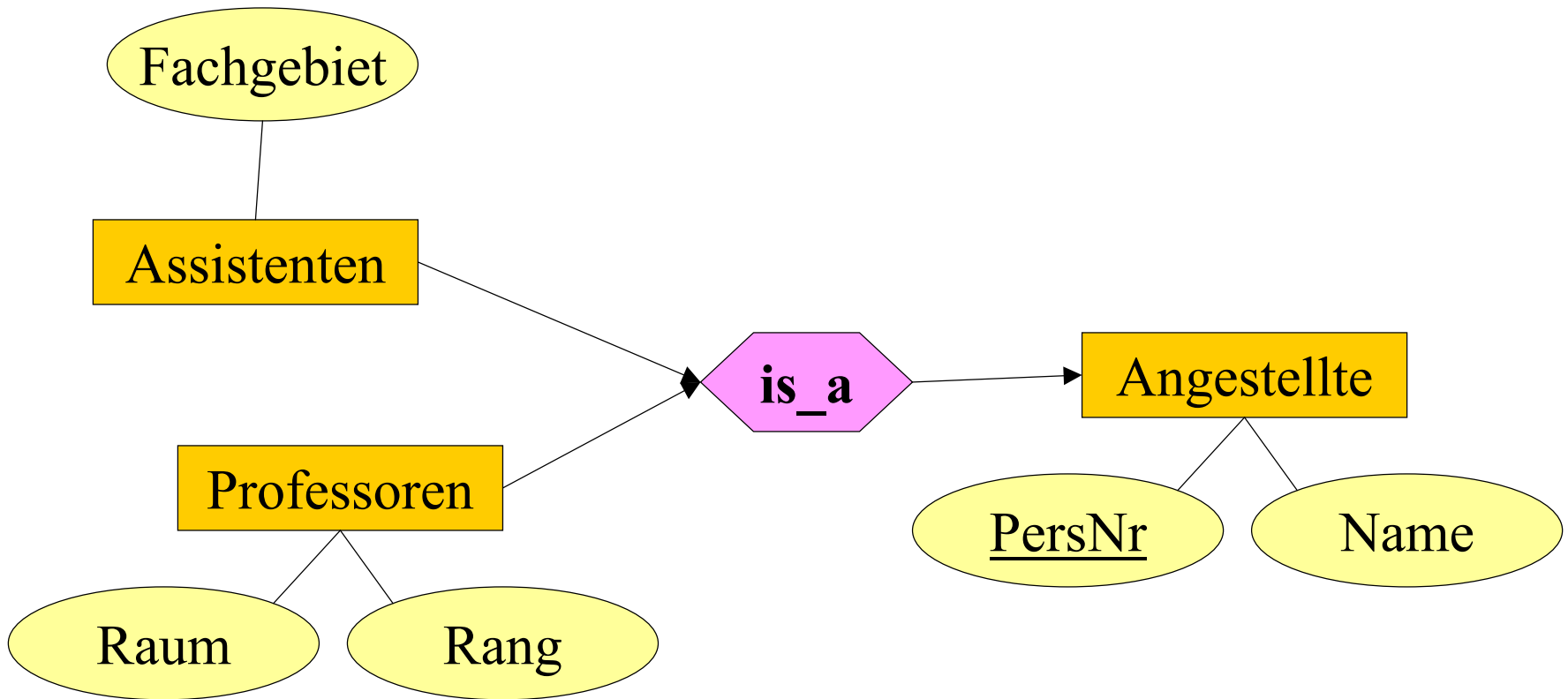
## Folgen → Anomalien

| Professoren |            |      |      |       |
|-------------|------------|------|------|-------|
| PersNr      | Name       | Rang | Raum | liest |
| 2125        | Sokrates   | C4   | 226  | 5041  |
| 2125        | Sokrates   | C4   | 226  | 5049  |
| 2125        | Sokrates   | C4   | 226  | 4052  |
| ...         | ...        | ...  | ...  | ...   |
| 2134        | Augustinus | C3   | 309  | 5022  |
| 2136        | Curie      | C4   | 36   | ??    |
|             |            |      |      |       |

| Vorlesungen |                      |     |
|-------------|----------------------|-----|
| VorlNr      | Titel                | SWS |
| 5001        | Grundzüge            | 4   |
| 5041        | Ethik                | 4   |
| 5043        | Erkenntnistheorie    | 3   |
| 5049        | Mäeutik              | 2   |
| 4052        | Logik                | 4   |
| 5052        | Wissenschaftstheorie | 3   |
| 5216        | Bioethik             | 2   |
| 5259        | Der Wiener Kreis     | 2   |
| 5022        | Glaube und Wissen    | 2   |
| 4630        | Die 3 Kritiken       | 4   |

- Update-Anomalie: Was passiert wenn Sokrates umzieht?
- Lösch-Anomalie: Was passiert wenn „Glaube und Wissen“ wegfällt?
- Einfügeanomalie: Curie ist neu und liest noch keine Vorlesungen?  
( → Funktionale Abhängigkeiten)

# Relationale Modellierung der Generalisierung

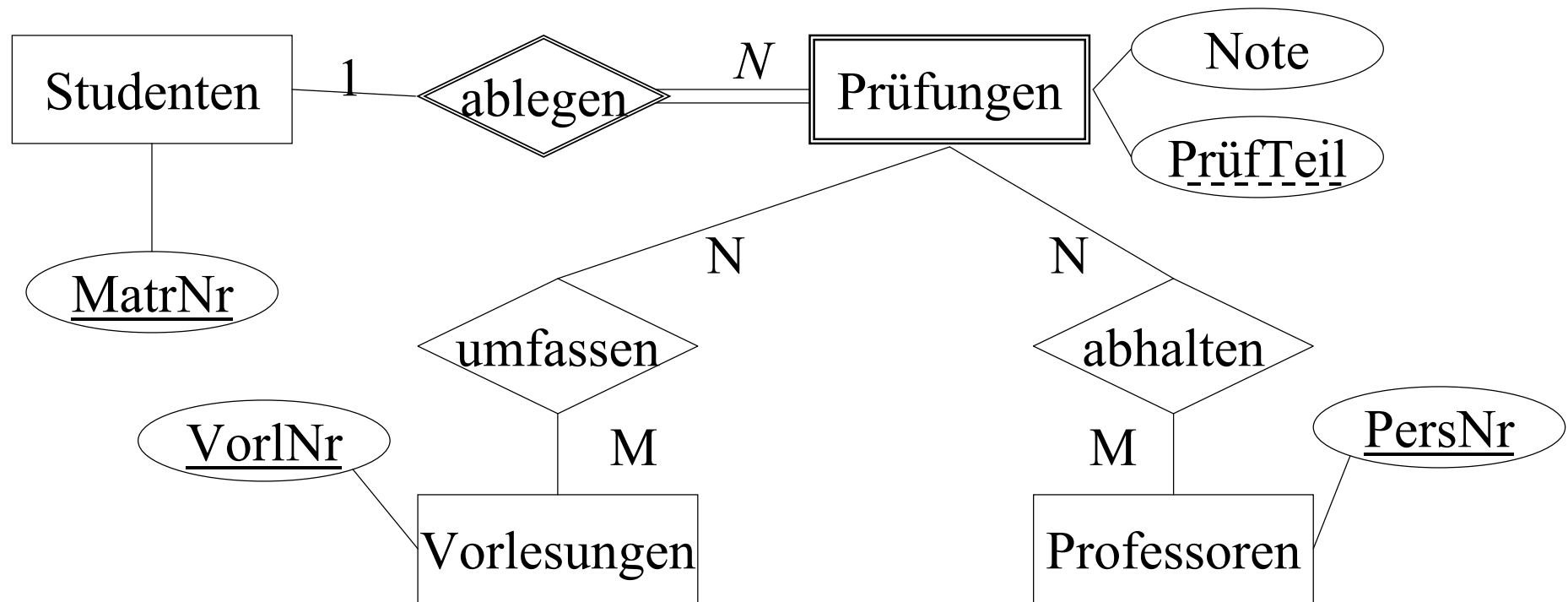


Angestellte: {[PersNr, Name]}

Professoren: {[PersNr, Rang, Raum]}

Assistenten: {[PersNr, Fachgebiet]}

# Relationale Modellierung schwacher Entitytypen



Prüfungen: {[MatrNr: integer, PrüfTeil: string, Note: integer]}

umfassen: {[MatrNr: integer, PrüfTeil: string, VorlNr: integer]}

abhalten: {[MatrNr: integer, PrüfTeil: string, PersNr: integer]}



Man beachte, dass in diesem Fall der (global eindeutige) Schlüssel der Relation *Prüfung* nämlich *MatrNr* **und** *PrüfTeil* als Fremdschlüssel in die Relationen *umfassen* und *abhalten* übernommen werden muss.

# Die relationale Uni-DB

| Professoren |            |      |      |
|-------------|------------|------|------|
| PersNr      | Name       | Rang | Raum |
| 2125        | Sokrates   | C4   | 226  |
| 2126        | Russel     | C4   | 232  |
| 2127        | Kopernikus | C3   | 310  |
| 2133        | Popper     | C3   | 52   |
| 2134        | Augustinus | C3   | 309  |
| 2136        | Curie      | C4   | 36   |
| 2137        | Kant       | C4   | 7    |

| Studenten |              |          |
|-----------|--------------|----------|
| MatrNr    | Name         | Semester |
| 24002     | Xenokrates   | 18       |
| 25403     | Jonas        | 12       |
| 26120     | Fichte       | 10       |
| 26830     | Aristoxenos  | 8        |
| 27550     | Schopenhauer | 6        |
| 28106     | Carnap       | 3        |
| 29120     | Theophrastos | 2        |
| 29555     | Feuerbach    | 2        |

| Vorlesungen |                      |     |             |
|-------------|----------------------|-----|-------------|
| VorlNr      | Titel                | SWS | gelesen von |
| 5001        | Grundzüge            | 4   | 2137        |
| 5041        | Ethik                | 4   | 2125        |
| 5043        | Erkenntnistheorie    | 3   | 2126        |
| 5049        | Mäeutik              | 2   | 2125        |
| 4052        | Logik                | 4   | 2125        |
| 5052        | Wissenschaftstheorie | 3   | 2126        |
| 5216        | Bioethik             | 2   | 2126        |
| 5259        | Der Wiener Kreis     | 2   | 2133        |
| 5022        | Glaube und Wissen    | 2   | 2134        |
| 4630        | Die 3 Kritiken       | 4   | 2137        |

| voraussetzen |            |
|--------------|------------|
| Vorgänger    | Nachfolger |
| 5001         | 5041       |
| 5001         | 5043       |
| 5001         | 5049       |
| 5041         | 5216       |
| 5043         | 5052       |
| 5041         | 5052       |
| 5052         | 5259       |

| hören  |        |
|--------|--------|
| MatrNr | VorlNr |
| 26120  | 5001   |
| 27550  | 5001   |
| 27550  | 4052   |
| 28106  | 5041   |
| 28106  | 5052   |
| 28106  | 5216   |
| 28106  | 5259   |
| 29120  | 5001   |
| 29120  | 5041   |
| 29120  | 5049   |
| 29555  | 5022   |
| 25403  | 5022   |

| Assistenten |              |                    |      |
|-------------|--------------|--------------------|------|
| PerslNr     | Name         | Fachgebiet         | Boss |
| 3002        | Platon       | Ideenlehre         | 2125 |
| 3003        | Aristoteles  | Syllogistik        | 2125 |
| 3004        | Wittgenstein | Sprachtheorie      | 2126 |
| 3005        | Rhetikus     | Planetenbewegung   | 2127 |
| 3006        | Newton       | Keplersche Gesetze | 2127 |
| 3007        | Spinoza      | Gott und Natur     | 2126 |

| prüfen |        |        |      |
|--------|--------|--------|------|
| MatrNr | VorlNr | PersNr | Note |
| 28106  | 5001   | 2126   | 1    |
| 25403  | 5041   | 2125   | 2    |
| 27550  | 4630   | 2137   | 2    |

| Professoren |            |      |      |
|-------------|------------|------|------|
| PersNr      | Name       | Rang | Raum |
| 2125        | Sokrates   | C4   | 226  |
| 2126        | Russel     | C4   | 232  |
| 2127        | Kopernikus | C3   | 310  |
| 2133        | Popper     | C3   | 52   |
| 2134        | Augustinus | C3   | 309  |
| 2136        | Curie      | C4   | 36   |
| 2137        | Kant       | C4   | 7    |

| Studenten |              |          |
|-----------|--------------|----------|
|           | Name         | Semester |
| 24002     | Xenokrates   | 18       |
| 25403     | Jonas        | 12       |
| 26120     | Fichte       | 10       |
| 26830     | Aristoxenos  | 8        |
| 27550     | Schopenhauer | 6        |
| 28106     | Carnap       | 3        |
| 29120     | Theophrastos | 2        |
| 29555     | Feuerbach    | 2        |

| Vorlesungen |                      |     |             |
|-------------|----------------------|-----|-------------|
| VorlNr      | Titel                | SWS | gelesen Von |
| 5001        | Grundzüge            | 4   | 2137        |
| 5041        | Ethik                | 4   | 2125        |
| 5043        | Erkenntnistheorie    | 3   | 2126        |
| 5049        | Mäeutik              | 2   | 2125        |
| 4052        | Logik                | 4   | 2125        |
| 5052        | Wissenschaftstheorie | 3   | 2126        |
| 5216        | Bioethik             | 2   | 2126        |
| 5259        | Der Wiener Kreis     | 2   | 2133        |
| 5022        | Glaube und Wissen    | 2   | 2134        |
| 4630        | Die 3 Kritiken       | 4   | 2137        |

| voraussetzen |            |
|--------------|------------|
| Vorgänger    | Nachfolger |
| 5001         | 5041       |
| 5001         | 5043       |
| 5001         | 5049       |
| 5041         | 5216       |
| 5043         | 5052       |
| 5041         | 5052       |
| 5052         | 5259       |

| hören  |        |
|--------|--------|
| MatrNr | VorlNr |
| 26120  | 5001   |
| 27550  | 5001   |
| 27550  | 4052   |
| 28106  | 5041   |
| 28106  | 5052   |
| 28106  | 5216   |
| 28106  | 5259   |
| 29120  | 5001   |
| 29120  | 5041   |
| 29120  | 5049   |
| 29555  | 5022   |
| 25403  | 5022   |

| Assistenten |              |                    |      |
|-------------|--------------|--------------------|------|
| PerslNr     | Name         | Fachgebiet         | Boss |
| 3002        | Platon       | Ideenlehre         | 2125 |
| 3003        | Aristoteles  | Syllogistik        | 2125 |
| 3004        | Wittgenstein | Sprachtheorie      | 2126 |
| 3005        | Rhetikus     | Planetenbewegung   | 2127 |
| 3006        | Newton       | Keplersche Gesetze | 2127 |
| 3007        | Spinoza      | Gott und Natur     | 2126 |

| prüfen |        |        |      |
|--------|--------|--------|------|
| MatrNr | VorlNr | PersNr | Note |
| 28106  | 5001   | 2126   | 1    |
| 25403  | 5041   | 2125   | 2    |
| 27550  | 4630   | 2137   | 2    |

# Die relationale Algebra

- $\sigma$  Selektion
- $\pi$  Projektion
- $\times$  Kreuzprodukt
- $\bowtie$  Join (Verbund)
- $\rho$  Umbenennung
- $-$  Mengendifferenz
- $\div$  Division
- $\cup$  Vereinigung
- $\cap$  Mengendurchschnitt
- $\ltimes$  Semi-Join (linker)
- $\rtimes$  Semi-Join (rechter)
- $\ltimes$  linker äußerer Join
- $\rtimes$  rechter äußerer Join

# Die relationalen Algebra-Operatoren

Selektion

$\sigma_{\text{Semester} > 10}$  (Studenten)

| $\sigma_{\text{Semester} > 10}$ (Studenten) |            |          |
|---|------------|----------|
| MatrNr                                      | Name       | Semester |
| 24002                                       | Xenokrates | 18       |
| 25403                                       | Jonas      | 12       |

In der Selektion  $\sigma_F(R)$  ist das Selektionsprädikat  $F$  eine Formel, die aufgebaut ist aus

- Attributnamen von  $R$  und Konstanten
- $=, <, >, \leq, \geq, \neq$
- den logischen Operatoren  $\wedge, \vee, \neg$

Das Ergebnis von  $\sigma_F(R)$  besteht aus allen Tupeln  $t \in R$ , die  $F$  erfüllen, wenn jedes Auftreten eines Attributes  $A$  durch den Wert  $t.A$  ersetzt wird.

# Die relationalen Algebra-Operatoren

Projektion

$\Pi_{\text{Rang}}(\text{Professoren})$

| $\Pi_{\text{Rang}}(\text{Professoren})$ |
|---|
| Rang                                    |
| C4                                      |
| C3                                      |

- Die Projektion wählt (eine oder mehrere) Spalten der Relation aus.
- Duplikate im Ergebnis werden nur einmal gelistet (aufgrund der Mengensemantik des Relationenkalküls)

# Die relationalen Algebra-Operatoren

| Studenten |            |          |
|-----------|------------|----------|
| MatrNr    | Name       | Semester |
| 24002     | Xenokrates | 18       |
| 25403     | Jonas      | 12       |
| 26120     | Fichte     | 10       |

∪

| Studenten |              |          |
|-----------|--------------|----------|
| MatrNr    | Name         | Semester |
| 26830     | Aristoxenos  | 8        |
| 27550     | Schopenhauer | 6        |
| 28106     | Carnap       | 3        |
| 29120     | Theophrastos | 2        |
| 29555     | Feuerbach    | 2        |

Vereinigung

=

| Studenten |              |          |
|-----------|--------------|----------|
| MatrNr    | Name         | Semester |
| 24002     | Xenokrates   | 18       |
| 25403     | Jonas        | 12       |
| 26120     | Fichte       | 10       |
| 26830     | Aristoxenos  | 8        |
| 27550     | Schopenhauer | 6        |
| 28106     | Carnap       | 3        |
| 29120     | Theophrastos | 2        |
| 29555     | Feuerbach    | 2        |

- Relationen mit gleichem Schema können vereinigt werden.

# Die relationalen Algebra-Operatoren

Differenz

| Studenten |              |          |
|-----------|--------------|----------|
| MatrNr    | Name         | Semester |
| 24002     | Xenokrates   | 18       |
| 25403     | Jonas        | 12       |
| 26120     | Fichte       | 10       |
| 26830     | Aristoxenos  | 8        |
| 27550     | Schopenhauer | 6        |
| 28106     | Carnap       | 3        |
| 29120     | Theophrastos | 2        |
| 29555     | Feuerbach    | 2        |

-

| Studenten |              |          |
|-----------|--------------|----------|
| MatrNr    | Name         | Semester |
| 26830     | Aristoxenos  | 8        |
| 27550     | Schopenhauer | 6        |
| 28106     | Carnap       | 3        |
| 29120     | Theophrastos | 2        |
| 29555     | Feuerbach    | 2        |
| 12345     | Waalkes      | 22       |

=

| Studenten |            |          |
|-----------|------------|----------|
| MatrNr    | Name       | Semester |
| 24002     | Xenokrates | 18       |
| 25403     | Jonas      | 12       |
| 26120     | Fichte     | 10       |

- Von Relationen mit gleichem Schema kann die Mengendifferenz gebildet werden.



# Die relationalen Algebra-Operatoren

Kartesisches Produkt

Professoren x hören

| Professoren |          |      |      | hören  |        |
|-------------|----------|------|------|--------|--------|
| PersNr      | Name     | Rang | Raum | MatrNr | VorlNr |
| 2125        | Sokrates | C4   | 226  | 26120  | 5001   |
| ...         | ...      | ...  | ...  | ...    | ...    |
| 2125        | Sokrates | C4   | 226  | 29555  | 5001   |
| ...         | ...      | ...  | ...  | ...    | ...    |
| 2137        | Kant     | C4   | 7    | 29555  | 5001   |

- Das Schema enthält alle Attribute beider Relationen.
- Die Relation enthält alle  $n \times m$  möglichen Kombinationen der jeweiligen Tupel der beiden Relationen.

# Die relationalen Algebra-Operatoren

Kartesisches Produkt

Professoren x hören

| Professoren |          |      |      | hören  |        |
|-------------|----------|------|------|--------|--------|
| PersNr      | Name     | Rang | Raum | MatrNr | VorlNr |
| 2125        | Sokrates | C4   | 226  | 26120  | 5001   |
| ...         | ...      | ...  | ...  | ...    | ...    |
| 2125        | Sokrates | C4   | 226  | 29555  | 5001   |
| ...         | ...      | ...  | ...  | ...    | ...    |
| 2137        | Kant     | C4   | 7    | 29555  | 5001   |

- Problem: riesige Zwischenergebnisse
- Beispiel: (Professoren x hören)
- "bessere" Operation: Join (siehe unten)

# Die relationalen Algebra-Operatoren

## Umbenennung

- Umbenennung von Relationen
- Beispiel: Ermittlung indirekter Vorgänger 2. Stufe der Vorlesung 5216

$$\Pi_{V1. \text{Vorgänger}}(\sigma_{V2. \text{Nachfolger}=5216 \wedge V1. \text{Nachfolger} = V2. \text{Vorgänger}}(\rho_{V1}(\text{voraussetzen}) \times \rho_{V2}(\text{voraussetzen})))$$

- Umbenennung von Attributen

$$\rho_{\text{Voraussetzung}} \leftarrow \text{Vorgänger}(\text{voraussetzen})$$

# Formale Definition der Algebra

- Basisausdrücke
- Relation der Datenbank oder
- konstante Relationen

## Operationen

- Selektion:  $\sigma_p (E_1)$
- Projektion:  $\Pi_S (E_1)$
- Kartesisches Produkt:  $E_1 \times E_2$
- Umbenennung:  $\rho_V (E_1), \rho_{A \leftarrow B} (E_1)$
- Vereinigung:  $E_1 \cup E_2$
- Differenz:  $E_1 - E_2$

Weitere Operationen können aus diesen zusammengesetzt werden →



# Drei-Wege-Join

(Studenten ⋈ hören) ⋈ Vorlesungen

| (Studenten ⋈ hören) ⋈ Vorlesungen |        |          |        |                      |     |            |
|-----------------------------------|--------|----------|--------|----------------------|-----|------------|
| MatrNr                            | Name   | Semester | VorlNr | Titel                | SWS | gelesenVon |
| 26120                             | Fichte | 10       | 5001   | Grundzüge            | 4   | 2137       |
| 27550                             | Jonas  | 12       | 5022   | Glaube und Wissen    | 2   | 2134       |
| 28106                             | Carnap | 3        | 4052   | Wissenschaftstheorie | 3   | 2126       |
| ...                               | ...    | ...      | ...    | ...                  | ... | ...        |

# Allgemeiner Join (Theta-Join)

- Gegeben seien folgende Relationen(-Schemata)
  - $R(A_1, \dots, A_n)$  und
  - $S(B_1, \dots, B_m)$

$$R \bowtie_{\theta} S = \sigma_{\theta}(R \times S)$$

$$R \bowtie_{\theta} S$$

| $R \bowtie_{\theta} S$ |       |     |       |       |       |     |       |
|------------------------|-------|-----|-------|-------|-------|-----|-------|
| R                      |       |     |       | S     |       |     |       |
| $A_1$                  | $A_2$ | ... | $A_n$ | $B_1$ | $B_2$ | ... | $B_m$ |
| ⋮                      | ⋮     | ⋮   | ⋮     | ⋮     | ⋮     | ⋮   | ⋮     |

# Andere Join-Arten

- natürlicher Join

| L              |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
| A              | B              | C              |
| a <sub>1</sub> | b <sub>1</sub> | c <sub>1</sub> |
| a <sub>2</sub> | b <sub>2</sub> | c <sub>2</sub> |

 ⋈ 

| R              |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
| C              | D              | E              |
| c <sub>1</sub> | d <sub>1</sub> | e <sub>1</sub> |
| c <sub>3</sub> | d <sub>2</sub> | e <sub>2</sub> |

 = 

| Resultat       |                |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| A              | B              | C              | D              | E              |
| a <sub>1</sub> | b <sub>1</sub> | c <sub>1</sub> | d <sub>1</sub> | e <sub>1</sub> |

- linker äußerer Join

| L              |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
| A              | B              | C              |
| a <sub>1</sub> | b <sub>1</sub> | c <sub>1</sub> |
| a <sub>2</sub> | b <sub>2</sub> | c <sub>2</sub> |

 ⋈ 

| R              |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
| C              | D              | E              |
| c <sub>1</sub> | d <sub>1</sub> | e <sub>1</sub> |
| c <sub>3</sub> | d <sub>2</sub> | e <sub>2</sub> |

 = 

| Resultat       |                |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| A              | B              | C              | D              | E              |
| a <sub>1</sub> | b <sub>1</sub> | c <sub>1</sub> | d <sub>1</sub> | e <sub>1</sub> |
| a <sub>2</sub> | b <sub>2</sub> | c <sub>2</sub> | -              | -              |



- rechter äußerer Join

| L              |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
| A              | B              | C              |
| a <sub>1</sub> | b <sub>1</sub> | c <sub>1</sub> |
| a <sub>2</sub> | b <sub>2</sub> | c <sub>2</sub> |

⋈

| R              |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
| C              | D              | E              |
| c <sub>1</sub> | d <sub>1</sub> | e <sub>1</sub> |
| c <sub>3</sub> | d <sub>2</sub> | e <sub>2</sub> |

=

| Resultat       |                |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| A              | B              | C              | D              | E              |
| a <sub>1</sub> | b <sub>1</sub> | c <sub>1</sub> | d <sub>1</sub> | e <sub>1</sub> |
| -              | -              | c <sub>3</sub> | d <sub>2</sub> | e <sub>2</sub> |

# Andere Join-Arten

- äußerer Join

| L              |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
| A              | B              | C              |
| a <sub>1</sub> | b <sub>1</sub> | c <sub>1</sub> |
| a <sub>2</sub> | b <sub>2</sub> | c <sub>2</sub> |

 ⋈ 

| R              |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
| C              | D              | E              |
| c <sub>1</sub> | d <sub>1</sub> | e <sub>1</sub> |
| c <sub>3</sub> | d <sub>2</sub> | e <sub>2</sub> |

 = 

| Resultat       |                |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| A              | B              | C              | D              | E              |
| a <sub>1</sub> | b <sub>1</sub> | c <sub>1</sub> | d <sub>1</sub> | e <sub>1</sub> |
| a <sub>2</sub> | b <sub>2</sub> | c <sub>2</sub> | -              | -              |
| -              | -              | c <sub>3</sub> | d <sub>2</sub> | e <sub>2</sub> |

- Semi-Join von L mit R

| L              |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
| A              | B              | C              |
| a <sub>1</sub> | b <sub>1</sub> | c <sub>1</sub> |
| a <sub>2</sub> | b <sub>2</sub> | c <sub>2</sub> |

 ⋈ 

| R              |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
| C              | D              | E              |
| c <sub>1</sub> | d <sub>1</sub> | e <sub>1</sub> |
| c <sub>3</sub> | d <sub>2</sub> | e <sub>2</sub> |

 = 

| Resultat       |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
| A              | B              | C              |
| a <sub>1</sub> | b <sub>1</sub> | c <sub>1</sub> |

# Andere Join-Arten (Forts.)

- Semi-Join von R mit L

| L              |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
| A              | B              | C              |
| a <sub>1</sub> | b <sub>1</sub> | c <sub>1</sub> |
| a <sub>2</sub> | b <sub>2</sub> | c <sub>2</sub> |

⋈

| R              |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
| C              | D              | E              |
| c <sub>1</sub> | d <sub>1</sub> | e <sub>1</sub> |
| c <sub>3</sub> | d <sub>2</sub> | e <sub>2</sub> |

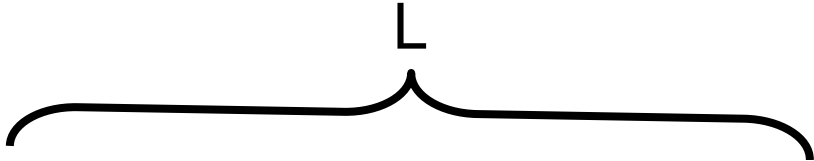
=

| Resultat       |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
| C              | D              | E              |
| c <sub>1</sub> | d <sub>1</sub> | e <sub>1</sub> |

# Die relationale Division

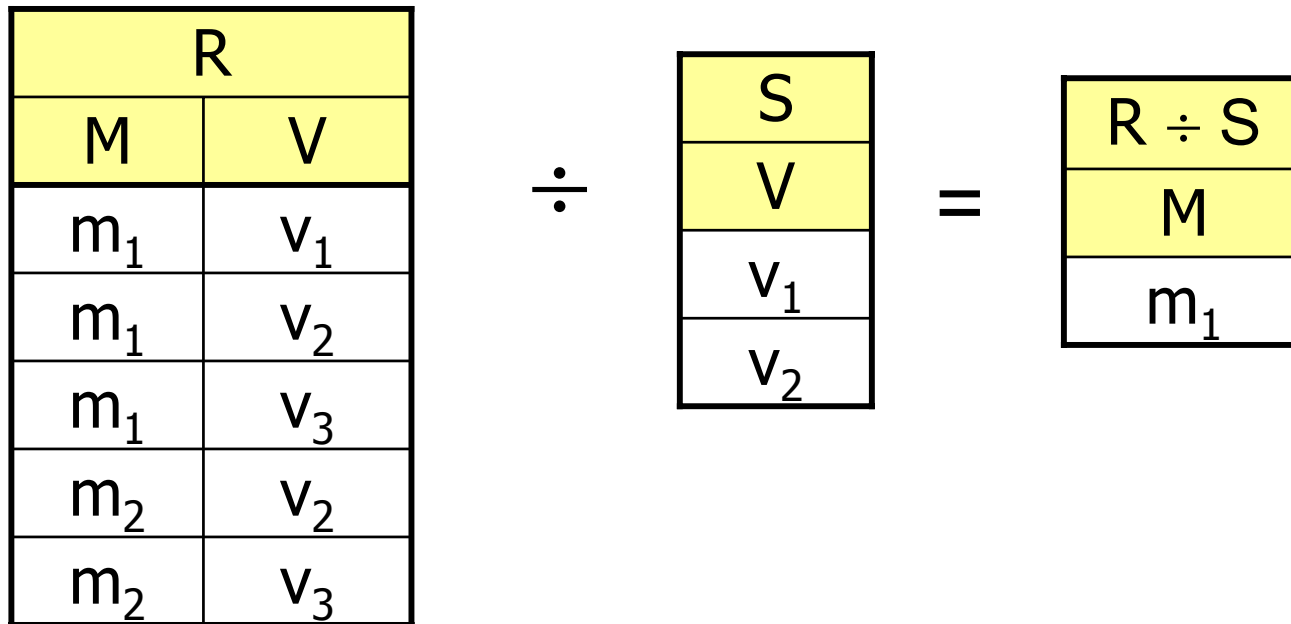
Bsp.: Finde MatrNr der Studenten, die **alle** vierstündigen Vorlesungen hören

$$L := \Pi_{\text{VorlNr}}(\sigma_{\text{SWS}=4}(\text{Vorlesungen}))$$


$$\text{hören} \div \Pi_{\text{VorlNr}}(\sigma_{\text{SWS}=4}(\text{Vorlesungen}))$$

# Definition der Division

- $t \in R \div S$ , falls für jedes  $ts \in S$  ein  $tr \in R$  existiert, so dass gilt:
  - $tr.S = ts.S$
  - $tr.(R-S) = t$



- Die Division  $R \div S$  kann auch durch Differenz, Kreuzprodukt und Projektion ausgedrückt werden.

$$R \div S = \Pi_{(R-S)}(R) - \Pi_{(R-S)}((\Pi_{(R-S)}(R) \times S) - R)$$

# Mengendurchschnitt

Als Beispielanwendung für den Mengendurchschnitt (Operatorsymbol  $\cap$ ) betrachten wir folgende Anfrage: Finde die *PersNr* aller C4-Professoren, die mindestens eine Vorlesung halten.

$$\Pi_{\text{PersNr}}(\rho_{\text{PersNr} \leftarrow \text{gelesenVon}}(\text{Vorlesungen})) \cap \Pi_{\text{PersNr}}(\sigma_{\text{Rang}=\text{C4}}(\text{Professoren}))$$

- Mengendurchschnitt nur auf zwei Argumentrelationen mit gleichem Schema anwendbar
- Deshalb ist die Umbenennung des Attribute *gelesenVon* in *PersNr* in der Relation *Vorlesungen* notwendig
- Der Mengendurchschnitt zweier Relationen  $R \cap S$  kann durch die Mengendifferenz wie folgt ausgedrückt werden:

$$R \cap S = R - (R - S)$$

# Der relationale Tupel-kalkül

Eine Anfrage im relationalen Tupel-Kalkül hat die Form

$$\{t \mid P(t)\}$$

mit  $P(t)$  Formel.

## Beispiele:

- C4-Professoren

- $\{p \mid p \in \text{Professoren} \wedge p.\text{Rang} = \text{'C4'}\}$

- Studenten mit mindestens einer Vorlesung von Curie

$$\{s \mid s \in \text{Studenten} \\ \wedge \exists h \in \text{hören}(s.\text{MatrNr}=h.\text{MatrNr} \\ \wedge \exists v \in \text{Vorlesungen}(h.\text{VorlNr}=v.\text{VorlNr} \\ \wedge \exists p \in \text{Professoren}(p.\text{PersNr}=v.\text{gelesenVon} \\ \wedge p.\text{Name} = \text{'Curie'}))\}$$

- Wer hat **alle** vierstündigen Vorlesungen gehört

$\{s \mid s \in \text{Studenten} \wedge \forall v \in \text{Vorlesungen} (v.\text{SWS}=4 \Rightarrow \exists h \in \text{hören}(h.\text{VorlNr}=v.\text{VorlNr} \wedge h.\text{MatrNr}=s.\text{MatrNr}))\}$



# Definition des Tupelkalküls

## Atome

- $s \mid R$ , mit  $s$  Tupelvariable und  $R$  Relationenname
- $s.A \phi t.B$ , mit  $s$  und  $t$  Tupelvariablen,  $A$  und  $B$  Attributnamen und  $\phi$  Vergleichsoperator ( $=, \neq, \leq, \dots$ )
- $s.A \phi c$  mit  $c$  Konstante

## Formeln

- Alle Atome sind Formeln
- Ist  $P$  Formel, so auch  $\neg P$  und  $(P)$
- Sind  $P_1$  und  $P_2$  Formeln, so auch  $P_1 \wedge P_2$ ,  $P_1 \vee P_2$  und  $P_1 \Rightarrow P_2$
- Ist  $P(t)$  Formel mit freier Variable  $t$ , so auch  
 $\forall t \in R(P(t))$  und  $\exists t \in R(P(t))$

# Sicherheit

- Einschränkung auf Anfragen mit endlichem Ergebnis.

- Die folgende Beispielanfrage

$$\{n \mid \neg (n \in \text{Professoren})\}$$

ist nicht sicher, denn das Ergebnis ist unendlich.

- Lösung durch Zusatzbedingung: Das Ergebnis des Ausdrucks muss Teilmenge der Domäne der Formel sein.

- Die Domäne einer Formel enthält

- alle in der Formel vorkommenden Konstanten
- alle Attributwerte von Relationen, die in der Formel referenziert werden

# Der relationale Domänenkalkül

Ein Ausdruck des Domänenkalküls hat die Form

$$\{[v_1, v_2, \dots, v_n] \mid P(v_1, \dots, v_n)\}$$

mit  $v_1, \dots, v_n$  Domänenvariablen und  $P$  Formel.

Beispiel: MatrNr und Namen der Prüflinge von Curie

$$\{[m, n] \mid \exists s ([m, n, s] \in \text{Studenten} \wedge \exists v, p, g ([m, v, p, g] \in \text{prüfen} \wedge \exists a, r, b ([p, a, r, b] \in \text{Professoren} \wedge a = \text{'Curie'}))\}}$$

# Sicherheit des Domänenkalküls

- Sicherheit ist analog zum Tupelkalkül

- zum Beispiel ist

$$\{[p,n,r,o] \mid \neg ([p,n,r,o] \in \text{Professoren}) \}$$

nicht sicher.

- Ein Ausdruck

$$\{[x_1, x_2, \dots, x_n] \mid P(x_1, x_2, \dots, x_n)\}$$

ist sicher, falls folgende drei Bedingungen gelten:

1. Falls Tupel  $[c_1, c_2, \dots, c_n]$  mit Konstante  $c_i$  im Ergebnis enthalten ist, so muss jedes  $c_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) in der Domäne von  $P$  enthalten sein.
2. Für jede existenz-quantifizierte Teilformel  $\exists x(P_1(x))$  muss gelten, dass  $P_1$  nur für Elemente aus der Domäne von  $P_1$  erfüllbar sein kann - oder evtl. für gar keine. Mit anderen Worten, wenn für eine Konstante  $c$  das Prädikat  $P_1(c)$  erfüllt ist, so muss  $c$  in der Domäne von  $P_1$  enthalten sein.
3. Für jede universal-quantifizierte Teilformel  $\forall x(P_1(x))$  muss gelten, dass sie dann und nur dann erfüllt ist, wenn  $P_1(x)$  für alle Werte der Domäne von  $P_1$  erfüllt ist- Mit anderen Worten,  $P_1(d)$  muss für alle  $d$ , die nicht in der Domäne von  $P_1$  enthalten sind, auf jeden Fall erfüllt sein.

# Ausdrucks kraft

Die drei Sprachen

1. relationale Algebra,
2. relationaler Tupelkalkül, eingeschränkt auf sichere Ausdrücke und
3. relationaler Domänenkalkül, eingeschränkt auf sichere Ausdrücke

sind **gleich mächtig**.